



Rudi Mathematici

Rivista fondata nell'altro millennio

Numero 037 - 2002-02

1. Editoriale	1
2. Problemi	2
2.1 Tiriamo i dadi.....	2
2.2 L'oracolo Maligno	2
3. Soluzioni e Note	2
3.1 [036].....	2
3.1.1 Che ore sono?	2
3.1.2 Problema di Urbanistica.....	7
4. Bungee Jumpers	13
4.1 Il Salto	13
4.2 Pagina 46.....	13
5. Paraphernalia Mathematica	13
5.1 I Sistemi Elettorali [005].....	13
5.1.1 Le coalizioni	13

1. Editoriale

E tre!

Rudy d'Alembert
Alice Riddle
Piotr R. Silverbrahms

2. Problemi

2.1 Tiriamo i dadi

...che in torinese vuol dire che siamo impazziti. Tutti e quattro (uno e` schizofrenico).

E infatti, giochiamo in un modo un po` strano.

Tiriamo **quattro** dadi e, per ogni lancio, calcoliamo il **prodotto** delle uscite.

Bene, qual'e` la probabilita` di fare **36**? Facilefacile, quindi niente Excel.

2.2 L'oracolo Maligno

Ve lo dico subito: e` decisamente tosto. Prima pero` una nota (piu` lunga del problema).

Questo problema, qualche tempo fa, ha avuto un discreto successo, quindi e` probabile che lo conosciate. La soluzione, pero`, cosi` come e` stata pubblicata, era decisamente poco chiara. Ho deciso, tempo fa, di rifarla "per bene", e vi dico subito che mi ci sono voluti tre giorni per fare tutti i calcoli a manina (...e logicamente erano pieni di errori di calcolo... credo di averli recuperati tutti, e Alice e Doc dicono di aver verificato; dopo un po` diventano ripetitivi, ma non avevo Excel). Quindi sappiate che le soluzioni verranno pubblicate se saranno almeno di un paio di pagine, spiegando bene i passaggi (per le parti ripetitive lasciate pure perdere e usate Excel). In caso contrario, pubblicheremo la nostra, che e` chilometrica (sei -dicesi sei- pagine).

Altra piccola nota: "due volte la posta" vuol dire che se avete 20 Euro e ne giocate 10, se perdete restate con 10 Euro, se vincete restate con 30 Euro (conosco dei pignoli che pur di darmi torto si attaccherebbero anche a cose del genere...Ciao, Doc!)

Un oracolo maligno mi garantisce la vincita a 10 partite di un gioco. Al gioco posso giocare solo se ho soldi, e ogni volta che vinco ricevo due volte la posta. Se voglio, posso giocare "zero". So pero` che, nelle dieci giocate, mentira` una (e una sola) volta.

Come devo giocare per vincere il massimo, se parto con 100 Euro?

3. Soluzioni e Note

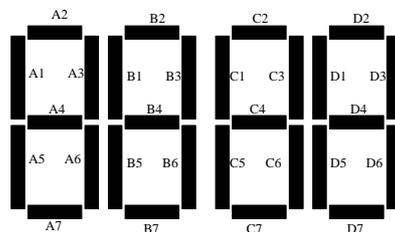
3.1 [036]

3.1.1 Che ore sono?

Questo era facile; infatti, tutti i solutori si sono accorti che un segmento e` *sempre* acceso, e quindi (per dirla con PuntoMauPunto) non trasmette informazione.

Allora, vediamo la sua soluzione; prima pero`, diamo dei nomi alle cose, altrimenti mi perdo di brutto. A fianco, (spero) avete il disegno dell'orologio.

Vabbe`, e` chiaro che i due led a destra delle decinaia di ore sono SEMPRE accesi, ma che ce ne frega? il ragionamento e` esattamente lo stesso: siamo in grado di distinguere tra

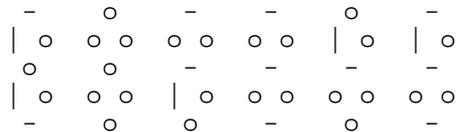


-
|
-

(lo zero scassato) e l'insieme vuoto (l'uno scassato).

Per le decinaia di minuti [sarebbe il gruppo "C", voglio sperare...], nessun led e` sempre acceso, e al massimo i due di destra stanno accesi i 5/6 del tempo. E` pur vero che 5/6 e` effettivamente maggiore di 8/10, quindi quei led partono per primi: questo significa che

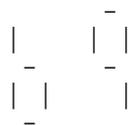
dopo 6/5 di anno avremo questa combinazione (permettimi di usare o per il led spento [non solo lo permetto, ma con questa frase lo statuisco anche per riuscire a far stare assieme il disegno; altrimenti, viene diviso tra due pagine e non ho nessuna intenzione di rifarlo...])



che sono ancora riconoscibili [parla per te. Se il mio orologio fa una cosa del genere, mi costruisco una meridiana]. Il prossimo colpo si ha dopo 6/4 di anno, e l'abbiamo passato da mo'.

Rimangono le unitaia di ore[la grammatica ormai e` un'opzione obsoleta... Sarebbe il gruppo "B"]. Su un ciclo di 24 ore, avremo che il led in basso a destra [B6, per gli umani] sta acceso 21 ore, quello in alto a destra 20 ore, quello in alto 19 ore, degli altri non ci curiam.

Ergo, dopo 24/21 di anno ci siamo segati il solito led che non ce ne puo` fregare di meno (potremmo anche suggerire ai fabbricanti di eliminarlo tout court, no? [Ecco, in occasione del passaggio all'euro, cosi` abbiamo due problemi al prezzo di uno]); 24/19 di anno ci hanno fatto gia` passare l'Annunciazio` [vi ho risparmiato una serie di mail intermedie; inizialmente, il giorno dell'Annunciazione risultava quello in cui diventava impossibile leggere l'ora. Se volete trovare reconditi motivi astrologici sul fatto che l'orologio non ci "annuncia" piu` che ore sono proprio quel giorno li`, passate a Numerologia] , ma il guaio e` che con 24/20 di anno ci mancano i due led a destra, e "8" e "6" sembrano identici. Questo mi farebbe dire che alle 16:00 dell'8 marzo avremo il feroce fastidio: ma conoscendo la casa costruttrice di quegli orologi, so che hanno lavorato al risparmio, e quindi displaiano (bleah [doppio bleah]) "6" e "9" cosi`:



proprio per assicurare quei diciassette giorni di utilizzabilita` in piu`. Contento?

Si, molto.

Ora, devo alcune scuse a Giorgio; aveva trovato un modo per risolvere il problema, ma siccome vorremmo tenere la rivista entro le duecento pagine, vi passo solo i commenti a margine:

Beh, questo era veramente facile. Sembrava solo lungo, a questo punto, vedere quando ottenevo su una qualche cifra un qualcosa che poteva essere due cifre diverse, e a quel punto avrei dovuto comprarmi una sveglia nuova. L'idea di fare un calcolo del genere mi entusiasma come una passeggiata sotto la pioggia.

Grazie pero` a una riunione noiosa (e senza nessun PM cui pensare: quelli sulle elezioni non servono a niente, in questi casi) mi sono detto: "Ma non posso 'misurarlo', quando si rompe?".

Beh, per farla breve, entro la fine della riunione avevo inventato il fulminatore di lampadine [George, erano LED... ma devo ammettere che e` un nome molto carino]. E l'ho implementato in quella-cosa-innominabile-che-ci-dici-sempre-di-non-usare

[boh...grumble...¹]. *Ti allego il file, se vuoi provare a giocarci.* [ZAP!POW! PLUF! BANG! CRASH! ...haem... No, stavo... ehm... bruciando lampadine...].

1	2	3	4	5	6	7	Valore
1	2	4	8	16	32	64	
1	1		1	1		1	
1	2			16		64	83
							0
	2		8	16		64	90
	2		8				10
1			8				9
1	2		8			64	75
1	2		8	16		64	91
	2						2
1	2		8	16		64	91
1	2		8				11

Il funzionamento è piuttosto stupido: a ogni segmento è associata una potenza di due, e nelle rispettive tabelle per ogni segmento è calcolato il valore (decimale), posto che il segmento sia acceso in quel numero. Inoltre, ogni tabella ha una riga di "1": se cancelli l'uno, "bruci" il segmento per quella cifra. Nella colonna sulla destra, è calcolato il "valore" del segmento: quando ottieni, per una cifra, due valori uguali in questa colonna (questo controllo l'ho fatto in manuale), vuol dire che hai bruciato un segmento critico, che ti permetteva di distinguere un numero dall'altro. E quindi devi comprare una sveglia nuova.

A questo punto, basta calcolare quanto durava quel segmento e hai il momento del salasso finanziario.

Per capirci, Qui sopra avete la situazione della cifra **B** nel momento tragico; **B6** si è già bruciata da tempo e la sveglia mattutina è già diventata un'impresa degna del calendario di RM, ma quando vi schianta **B3**, più niente da fare: in quel momento, non riuscite più a capire se sono le sei o le otto. Nell'ipotesi di Giorgio, l'orologio non è "ottimo secondo PuntoMauPunto", ma si tratta di modifiche decisamente semplici.

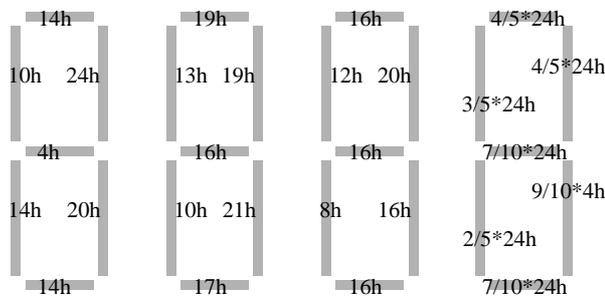
Good Ol' George... È riuscito a far diventare divertente un problema usando Excel, e a farmelo anche ammettere...

Fermate le macchine! È arrivata una nuova soluzione, da un nuovo lettore, che affronta la cosa in un modo decisamente diverso... Sam, complimenti. Molto carina. Titolo: **La Lenta Agonia di un Orologio**. Solo due note:

Primo, l'orologio di Sam è "Semi-Ottimo Secondo PuntoMauPunto"; il "6" è alla George, il "9" è alla PMP. Secondo, il mio PDF Printer ha opinioni tutte sue su quale colore sia più carino: vi rifaccio i disegni, eventuali errori sono tutti miei.

1) Bisogna capire cosa si intende (o meglio cosa intendete voi) con costretti a comprarne uno nuovo : se siete proprio schizzinosi e vi basta che non funzioni più un segmento o se riuscite a tener duro finché si possono distinguere tra loro le singole cifre, seppur con un po' di fatica o, infine, se siete così taccagni da aspettare che siano andati la maggior parte dei segmenti.

2) Si considerino i quattro riquadri in cui compaiono le cifre e si conti quante ore ogni segmento è acceso in 24h:

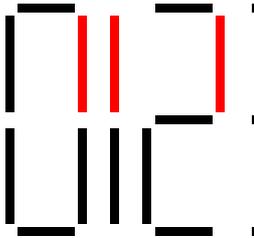


¹ ...come faccio a dirgli che quel coso mi è piaciuto????.

[tanto per aver le idee chiare $4/5g=19,2h$ $2/5g=9,6h$ $3/5g=14,4h$ $7/10g=16,8h$
 $9/10g=21,6h$]

3)Evidentemente dopo un anno il segmento verticale a sinistra in alto della prima cifra da sinistra sarà spento, ma questo non renderà certo l'orologio illeggibile (basta un po' d'ingegno...[Tipo Doc quando suona la sveglia],-):

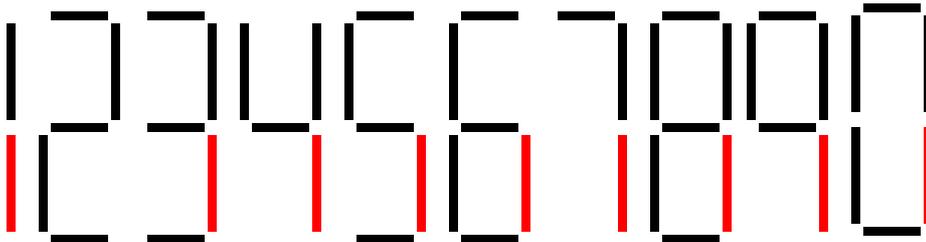
in rosso il segmento mancante [con tutti i soldi che vi facciamo risparmiare sugli orologi, ormai dovrete potervi comprare la stampante a colori].



Si vede bene che i numeri possono ancora essere distinti l'uno dall'altro.

A meno che non vogliate farvi regalare un nuovo orologio, proseguiamo.

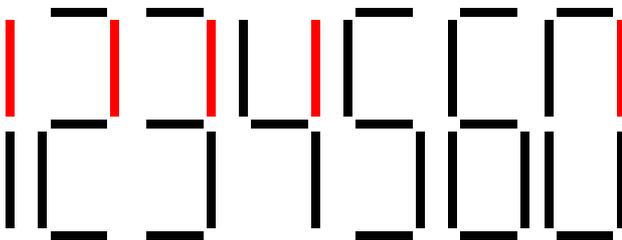
4)Il prossimo a spegnersi sarà il segmento verticale a sinistra in basso della prima cifra a destra, dopo 10/9 di anno : $365/9 * 10 = 405g + 5/9g = 405g + 13h + 20m$ e il risultato sarà



Come ben si vede anche in questo caso si può continuare a usare l'orologio, pur con qualche sforzo mentale. Siamo al 2 di febbraio del 2003

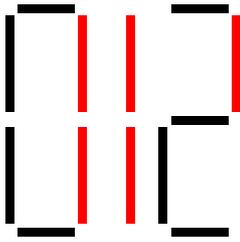
5)Tocca ora al segmento verticale in basso a destra della seconda cifra da sinistra che si esaurirà dopo 8/7 di anno : $365 * 8/7 = 2920/7 = 417g + 1/7 * 24h = 417g + 3h + 25m + 42s + 6/7s$ e si otterrà la stessa configurazione del punto 4) e di conseguenza l'ora resterà leggibile, seppur con maggiori sforzi. Ed eccoci al 14 di febbraio 2003

6)Passiamo al segmento verticale a destra in alto della seconda cifra da destra:



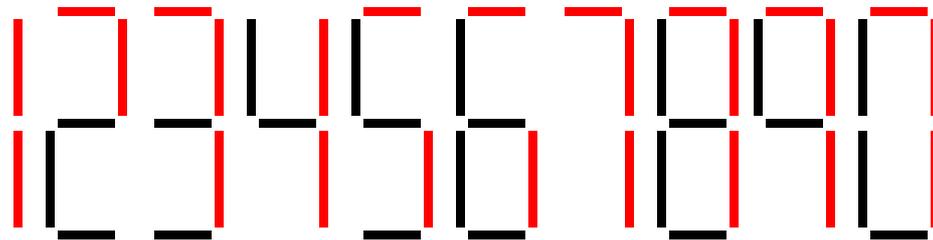
Ancora leggibile!

E a quello in basso a destra della prima cifra a sinistra:



E tutto ciò dopo $6/5 \cdot 365 = 73 \cdot 6 = 438g$, al 7 di marzo del 2003

7) Ora tocca a due segmenti della prima cifra da destra, ovvero quello orizzontale in alto e quello verticale in alto a destra, che dureranno $5/4$ di anno: $5/4 \cdot 365 = 1825/4 = 456g + 6h$ dopo di che si avrà:

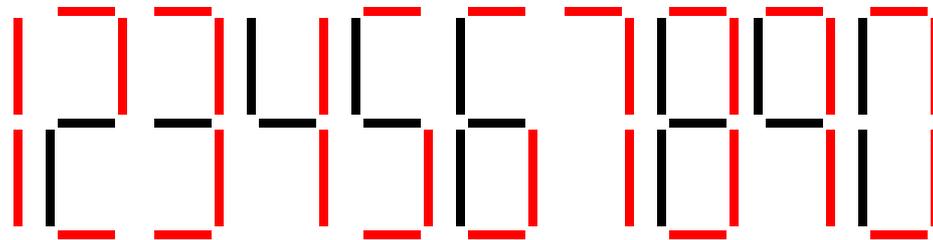


Scompaiono così le cifre 1 e 7 e le cifre 6 e 8 sono indistinguibili. Se usate l'orologio assai spesso e volete una precisione superiore ai due minuti, ormai dovrete cambiarlo, ma sarà già il 24 di marzo del 2003!

8) Se proprio siete taccagni potete aspettare che gli stessi segmenti del punto 7), ma stavolta nella seconda cifra da sinistra, si spengano anch'essi. Si ripeterà allora la configurazione del punto precedente, dopo $24/19 \cdot 365g = 461g + 1h + 15m + 47s +$ qualche altra frazione di secondo.

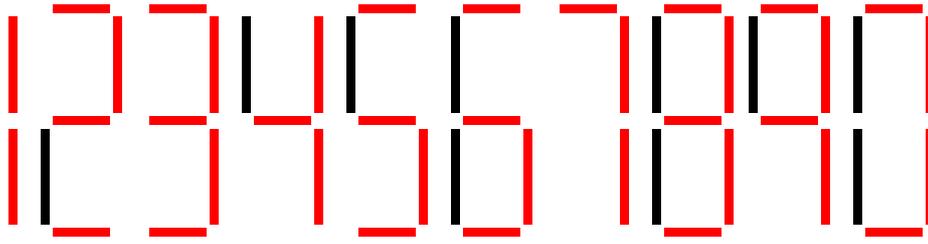
Ora non ditemi che non sapete distinguere l'una di notte dalle sette di mattina o le undici di mattina dalle cinque di pomeriggio. Riguardo al sei e all'otto, di pomeriggio alle quattro c'è ancora il sole, alle sei o non c'è già più o sta tramontando, mentre di mattina, be'... io alle sei di mattina non guardo l'ora (e non faccio nient'altro che dormire) e quindi non mi pongo il problema di distinguerle dalle otto. E così abbiamo tirato al 30 marzo del 2003!

9) Viene ora il segmento orizzontale inferiore della seconda cifra da sinistra:



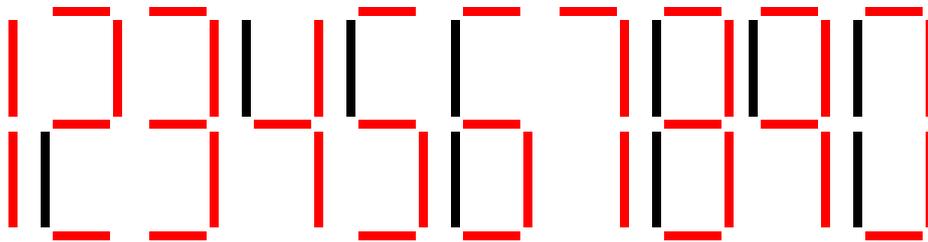
Ora cominciano i problemi di interpretazione, dopo $24/17 \cdot 365 = 515g + 7h$ ed una manciata di minuti, arrivati al 15 di maggio del 2003.

10) Vogliamo proseguire? Dopo $365 \cdot 10/7 = 3650/7 = 521g + 10h + 17m + \dots$ Se ne andranno anche il segmento orizzontale centrale della prima cifra a destra e quello orizzontale inferiore:

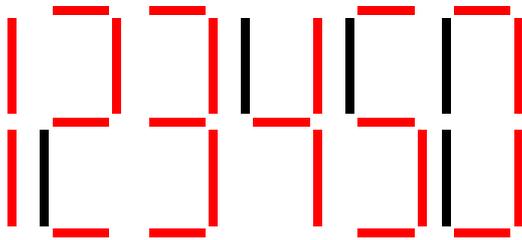


Ed eccoci nel caos più totale, ma in fondo sono solo i minuti tra una decina e l'altra, e siamo al 28 maggio 2003.

11) Ed ora il collasso: si spengono tutti i segmenti con 16h di attività giornaliera: la seconda cifra da sinistra:



la terza:



la quarta rimane come indicato al punto 10) e la prima come al punto 6).

Ora, $(3/2 * 365 = 1095/2 = 547.5 + 12h)$, ovvero il 23 giugno del 2003) credo sia il caso di comprarsi un orologio nuovo, anche perché, taccagni quanto volete, ma anche la carta e le aspirine hanno un loro prezzo, per non parlare dell'inchiostro, perciò io mi fermo qui.

...e la gente mi chiede perché il mio orologio è a lancette. Benvenuto, Sam!

3.1.2 Problema di Urbanistica

Per far vedere che non ci limitiamo a dei "cutteinpasta" (se esite "displaiano", esisterà anche quello) dalle vostre risposte ma analizziamo accuratamente tutto quello che scrivete, cominciamo dal fondo, dove si parla d'altro.

PuntoMauPunto mette una noticina al fondo della mail:

Perché il GC è convinto che ci siano dei problemi "da uno/due/tre mesi"? Un conto è definire la difficoltà, ma non credo che uno riesca a lavorarci per più di una settimana senza andarsi a sparare.

Beh, dipende da quanto tempo dedichi a un problema. Solitamente, la mia procedura quando ne ho uno da risolvere è una cosa del tipo: Pensarci in macchina. Prendere appunti al primo semaforo su qualsiasi pezzo di carta. Perdere il pezzo di carta.

Incavolarmi e quindi non essere piu` nella disposizione d'animo di pensare a cosa c'era scritto sopra. Trovare un pezzo di carta di un altro problema che non c'entra niente. Cominciare a pensare a quel problema. Com'era il primo problema? Ricominciare a pensarci... E avanti cosi`. Capite che in questo modo, nonostante il valido aiuto degli altri guidatori per farmi restare il piu` possibile in coda, uno/due/tre mesi passano alla svelta. Sono d'accordo che la somma dei tempi faccia suppergiu` una settimana, ma la tendenza e` a spalmarli su piu` giorni.

Comunque, stiamo lavorando per voi: a breve, indicheremo (sotto "Problemi") la difficulta`, cosi` come e` stimata da noi. Ottimo motivo per litigare; infatti, all'inizio della mail, PMP sentenza: *ho deciso: il problema delle edicole e` da punti 2 (due). Infatti e` rognoso trovare la via per attaccarlo, ma poi va giu` liscio...* Beh, liscio mica tanto... Dovendo scegliere tra due e tre sono anch'io sul due, ma la parte decimale e` molto vicina a virgolacinque... Comunque, useremo solo gli interi e approssimeremo tendenzialmente per difetto.

Torniamo al problema; prima di vedere la soluzione di PuntoMauPunto, pero`, vediamo a quali estremi si puo` arrivare. Uno le notizie imbarazzanti (che so, uno zio che si chiama Bin Laden, una moglie laureata in legge... insomma, quelle cose li`) cerca di tenerle per se` ma... Niente, dobbiamo dirvelo: ***c'e` un Bourbakista tra noi!*** Sono anni che cerchiamo di curarlo: gli lasciamo cominciare le frasi con "Ordunque", gli diciamo che sa la matematica... Ma sembra proprio incurabile. Mi rifiuto di mettere in corsivo.

OSSERVAZIONI PRELIMINARI E TRANSITORIE

1. Osservazione Preliminare, Inutile e Spocchiosetta (***PIS***). Il fatto che la strada sia circolare e` non significativo. Significativo e` che si tratti di percorso unidimensionale chiuso.
2. Osservazione banale, o dell'Inutilita` del Consulente per **A** (***ICA***). Sia per la simmetria geometrica del cerchio, ma anche per pura simmetria topologica nel caso si voglia tener conto della ***PIS***, qualsiasi punto scelto da **A** e` assolutamente identico a qualsiasi altro. Cio` vale anche in logica di feedback, ovvero anche supponendo che **A** sappia (come il dettato del problema peraltro assicura) che poi altri concorrenti si piazieranno sulla strada. Ne segue che la scelta di **A** e` determinata, non da adito a ventagli di ipotesi, e quindi si puo` trascurare e assumere per posizione di **A** un punto qualsiasi.
3. Osservazione dell'"Evidentemente Un Cavolo" (***EUC***). Il testo assicura che anche la decisione di **D** e` determinata, ma pone una condizione piu` restrittiva: ("*l'ultimo scieglierà evidentemente a meta` del segmento piu` largo*"). Piu` avanti si mostrera` che **D** e` in grado di ottenere la sua quota massima di segmento anche senza essere vincolato al "punto medio" del segmento maggiore disponibile, e che percio`, se fosse vincolante l'osservazione precedente del testo: "scelta casuale tra valori uguali implica scelta randomica", l'obbligo di porsi alla meta` esatta del segmento maggiore non e` "logicamente forzata" per **D**. Visto pero` che la scelta forzata del punto medio, pur irrilevante per **D**, non sarebbe irrilevante per gli altri tre punti/negozianti, la ***EUC*** non sara` considerata, e si assumera` come valido l'obbligo del punto medio (***OPM***) per **D**. A contorno, cio` induce un'osservazione ulteriore di tipo ***ICx*** anche per il negoziante **D**: Puo` anche lui risparmiare il soldi del consulente (***ICD***).
4. **Lemma 1**. Le caratteristiche delle scelte di **A** e **D** esposte nei punti 2 (***ICA***) e 3 (***ICD***) riducono l'analisi delle scelte ai soli ventagli di selezione applicabili ai punti **B** e **C**.
5. Assunto dell'**incompenetrabilita` monodimensionale**, detto anche "Nell'asse **Z** Non si Controsoffitta"(***ZNC***). Si assume dal testo che un punto/negozio puo` essere adiacente ad un altro, ma non coincidente o sopraelevato. Il punto **x** puo` porsi adiacente (a destra o a sinistra) al punto **y**, ma non puo` coincidere con lui.

-
6. Definizione di **Chiusura**. I punti/negozi che hanno punti/negozi adiacenti non ricevono clienti dalla direzione in cui è posto il negozio adiacente. Il punto/negozio **x** che ha adiacente a destra il punto/negozio **y** non riceverà alcun cliente da destra. Tale situazione è detta **Chiusura a Destra**. In modo analogo è definibile la **Chiusura a Sinistra**. Il contemporaneo evento della Chiusura a Destra e della Chiusura a Sinistra per lo stesso negozio è detta **Chiusura Totale o Fallimento (CTF)**.
 7. Definizione di **Punto di Confine (PdC)**. Il punto medio, nello spazio della strada/circonferenza, tra due punti/negozi **x** e **y** è detto "**Punto di Confine tra x e y PdC(xy)**". Per la unidimensionalità dello spazio, ogni punto/negozio avrà in generale due PdC. Se i punti presenti nello spazio della strada/circonferenza sono tre o più, tutti i PdC sono detti "regolari o ben distinti". Nel caso in cui i punti presenti siano solo due, i PdC segnano entrambi confini tra i presidi dei due soli punti esistenti, e la notazione viene mutata in PdC(A-) e PdC(A+), ove i segni sono pilotati dalla convenzione che la strada/circonferenza assume valori positivi crescenti se percorsa in senso antiorario. Ovviamente, PdC(A+)=PdC(B-) e PdC(A-)=PdC(B+). Nel caso in cui il punto presente sia solo uno, il PdC perde di significato, e comunque coincide col punto stesso.
 8. **Lemma della Numerazione dei PdC**. In un o spazio strada/circonferenza, esistono tanti PdC quanti sono i punti/negozi. Detto anche **Lemma dell'Autoevidenza Nirvanica (LAN)**. Il maestro Zen Boh-Nilis-Paket-Thi lo celebrò col famoso aneddoto: "Se la forchetta fosse circolare, non avrebbe quattro rebbi e tre spazi, ma tanti spazi quanti rebbi".
 9. Definizione di **Presidio Topologico di Vendita (PTV)**. Si definisce presidio topologico di vendita del punto/negozio A (shortly: Presidio di A) il segmento di strada/circonferenza sotteso dai due PdC di A. Per evitare possibili fraintendimenti, soprattutto nel caso limite dei due soli PdC esistenti nello spazio, la definizione è completata dal complemento: "il punto/negozio detenente il presidio giace sul presidio stesso".
 10. Teorema della **Località dell'Interferenza Presidiale (LIP)**. L'inserimento di un nuovo punto/negozio su una strada/circonferenza ha effetto unicamente sull'arco di strada in cui il nuovo punto va a porsi. Nessun effetto si registra sugli altri archi di strada scanditi dai già presenti punti/negozi.
 11. Osservazioni Contestuali al Contorno del teorema **LIP**. L'inserimento di un nuovo punto/negozio induce, limitatamente all'arco di strada che lo ospita, la creazione di un nuovo presidio (sulla base della definizione **PTV**), la creazione ex novo di un PdC (per il lemma **LAN**) e, in generale, la distruzione e rimpiazzo di un PdC preesistente.
 12. **Teorema Fondamentale dei Presidi dei Nuovi Punti (PNP)**. L'inserimento di un nuovo punto/negozio **X** in un arco della strada/circonferenza istituisce un nuovo presidio (Presidio di **X**) di **estensione pari alla metà dell'arco stesso**, e ciò avviene in modo indipendente dalla posizione relativa del punto/negozio all'interno dell'arco stesso. Così, ad esempio, a valle dell'inserimento del primo punto **A**, l'inserimento del punto **B** su un punto qualsiasi della circonferenza istituisce il presidio di B comunque pari alla metà della circonferenza. È in forza di questo teorema fondamentale che scaturisce la validità dell'osservazione **EUC** di cui al punto 3.
 13. **L'Assai Significativo Corollario del MiniMax dell'Ultimo Punto (MUP)**. La peggiore situazione per l'ultimo punto/negozio (sia esso n+1esimo) è quella di trovare gli n punti preesistenti perfettamente distribuiti, con la strada/circonferenza suddivisa in n archi uguali. In tal caso, per il **PNP**, il suo presidio sarà inevitabilmente pari a 1/2n. Nel caso del testo, l'ultimo punto
-

($D=4=n+1$) non puo` aspirare ad un presidio superiore al minimo garantito di $1/6$ di circonferenza.

14. Osservazione Contingente e Legnosa. (**OCL**). Nel caso limite esposto nella definizione del corollario **MUP**, la distribuzione dei presidi sara` $1/6$, $1/4$, $1/4$ e $1/3$, con quota $1/3$ assegnata randomicamente al punto/negozio che non avra` alcun PdC occupato da **D**.

ANALISI in Ipotesi di No-Feedback

Se si suppone una condizione di completo No-Feedback, intendendo con cio` la situazione in cui quattro punti/negozi decidono di presidiare la Strada/circonferenza uno di seguito all'altro e senza neanche sapere dell'esistenza degli altri Punti/negozi , si avrebbe la seguente situazione.

- A) **A** si pone sulla strada/circonferenza in posizione del tutto randomica.
- B) **B**, forte del teorema **PNP** e ignaro dell'esistenza di **C** e **D**, si pone anch'esso sulla circonferenza in maniera del tutto randomica (con l'ovvia esclusione del punto **A** stesso, come governato dall'assunto **ZNC**).
- C) **C** trovera` una strada/circonferenza suddivisa in due presidi perfettamente uguali, ma in generale suddivisa in due archi di lunghezza diversa. Sapendo che (**LIP**) non avra` alcuno effetto sull'arco diverso da quello che occupera` e soprattutto che (**PNP**) il suo presidio sara` pari alla meta` dell'arco che occupa, scegliera` randomicamente un punto qualsiasi purchè posto sull'arco maggiore.
- D) Il comportamento logico di **D** dovrebbe essere del tutto analogo a quello di **C**, con l'unica differenza che dovra` individuare l'arco maggiore tra tre e non tra due archi. Ma, in virtu` dell'**OPM** del testo, si porra` forzatamente a meta` strada dell'arco residuo maggiore.

Calcolo degli estremi:

Adiacenze

Sia la scelta randomica di **B** adiacente ad **A**, e la scelta randomica di **C** adiacente a **B** o ad **A**. Si crea un punto di **CTF** (**A** o **B**) e la posizione forzata di **D** in modo diametralmente opposto a quello del punto **CTF**. I presidi saranno pari a zero per il punto affetto da **CTF**, $1/2$ per **D** e $1/4$ per gli altri due punti.

Diametralizzazioni

Sia la scelta randomica di **B** diametralmente opposta ad **A**. **C** opera una prima scelta randomica dell'arco di giacenza, e poi una successiva scelta randomica di posizione sull'arco. Quale che sia la posizione di **C** sull'arco randomicamente prescelto, la scelta di **D** e` forzata sull'arco opposto, in posizione mediana per l'**OPM**. I presidi saranno pari a $1/4$ per **D** e **C**, oscillanti da $1/8$ a $3/8$ per **A** e **B**, in modo tale che la loro somma sia comunque pari ad $1/2$. La massima disuguaglianza ($1/8$ contro $3/8$) si avra` per **C** randomicamente adiacente ad **A** o a **B**, mentre l'uguaglianza ($1/4$ contro $1/4$) si avra` nel caso di posizione randomica di **C** nel punto di mezzo dell'arco randomicamente prescelto.

Riepilogo dei Range dei Presidi:

A: (0-3/8)

B: (0-3/8)

C: (1/4-1/4)

D: (1/4-1/2)

ANALISI del Feedback di Primo Grado (ovvero, "Come si guadagna lo stipendio il Consulente di B")

E` evidente che, in assenza di feedback, il range dell'ultimo punto e` comunque ampiamente superiore al minimo garantito assicurato dal **MUP**. Cio` dimostra l'esistenza, per **B** e **C**, di una strategia ottimizzante delle probabilita` di massimizzazione dei propri presidi diversa dalla strategia randomica.

Altrettanto evidente sono la coagulazione del range randomico di **C** nel valore di $1/4$, e soprattutto del rischio di **CTF** per **B**. Tale rischio è poi fortemente sbilanciato: il range di **B** oscilla in maniera continua da 0 a $3/8$, ovvero da 0 a $0,375$, mentre nel caso esposto dal **MUP** l'oscillazione varia (in modo discontinuo), tra i valori $0,25$ e $0,33$.

In sostanza, **B** nel comportamento randomico in assenza di feedback ha una probabilità $(0,375-0,333)/0,375=0,111$ di ottenere un punteggio superiore al massimo possibile nell'ipotesi **MUP**, e una probabilità $(0,25/0,375)=0,666$ di ottenere un punteggio minore del minimo possibile nell'ipotesi **MUP**.

Visti tali numeri, il Consulente Strategico di **B** considererà poi le probabilità del caso **MUP**: per esso, abbiamo $2/3$ di probabilità di concludere al valore $1/4$ e $1/3$ di probabilità di concludere al valore $1/3$, e consiglierà il proprio cliente di porsi ad esattamente un terzo di circonferenza del punto **A**, al fine di costituire la prima sezione della configurazione **MUP**.

ANALISI del Feedback di Secondo Grado (ovvero, "Come si guadagna lo stipendio il Consulente di C")

Il consulente di **C** investe gran parte del suo tempo nel dedurre la posizione di **B**, dopodiché non ha molte altre decisioni da prendere. Vista la posizione assunta da **A** e **B**, non consiglierà certo **C** di occupare l'arco lungo $1/3$ di circonferenza, perché in quel caso otterrebbe sicuramente un presidio pari ad $1/6$, che tra l'altro è il valore che il **MUP** garantisce nelle peggiori condizioni a **D**.

Consiglierà quindi **C** di porsi sull'arco lungo $2/3$ di circonferenza. Esiste una posizione migliore della posizione mediana? Ovviamente no, perché una posizione non mediana attirerebbe inevitabilmente la scelta di **D** sulla sezione di arco maggiore che verrebbe a crearsi ad uno dei lati di **C**, mentre l'opzione di massimizzazione del presidio di **C** giace tutta nel terzo di possibilità che **D** scelga di porsi tra **A** e **B**. **C** si porrà di conseguenza a metà dell'arco di lunghezza $2/3$, e **D** si accontenterà del suo minimo garantito dal **MUP** di un presidio pari a $1/6$ di circonferenza.

Con sua somma soddisfazione, però, potrà decidere chi dei tre far vincere. Probabilmente, visto che **B** e **C** si sono messi in combutta per rompergli le scatole, per purissima tigna si metterà proprio fra loro due, violando bellamente il principio di scelta randomica e regalando il sesto di circonferenza in più al povero **A**, dalla strategia nulla.

Gioco che non sarebbe piaciuto a Sun Tzu. La strategia migliore è l'assenza di strategia.

Visto che non c'era il pezzo a Natale, speravate di scamparla...

Torniamo seri (ma non troppo), OK? Quello di cui bisognava accorgersi è che io (**B**) posso fare una scelta *deterministica* che porterà a un quarto ciascuno, oppure essere un po' più cattivo e fare una scelta che (mal che vada) mi darà un quarto, ma se va bene riesco a "mangiare" qualche pezzettino... Vediamo cosa ne dice PuntoMauPunto.

*Innanzitutto, come ormai tutti sanno io sono un matematico [dicevamo, a proposito di notizie imbarazzanti?], e di fisica non capisco nulla. Le due uniche cose che mi sono rimaste in testa? La prima è che "è meglio un cattivo numero che nessun numero", ma in realtà serve a poco, perché un *pessimo* numero è PEGGIO di nessun numero, e non so distinguere tra numeri pessimi e banalmente cattivi. Amen.*

*La seconda cosa che ho imparato è che è sempre meglio scegliere le coordinate e la notazione per semplificarci la vita: inutile fare più conti del necessario. Bene, la mia semplificazione consiste nell'avere la circonferenza di lunghezza unitaria, e mettere **A** nel punto "0" (oppure "1" se lo vediamo dall'altra parte). Le posizioni rispettive di **B**, **C** e **D** saranno "b", "c" e "d".*

Per ovvie ragioni di simmetria (anche questo me lo dicevano sempre i professori di fisica... [lo dicono quando non sanno che pesci pigliare: di solito, sono tutt'altro che ovvie]), possiamo limitarci a un valore di b compreso tra 0 e $1/2$; b in $]0, 1/2]$ insomma. inutile dire che b non può valere 0: il piano regolatore della circonferenza vieta di costruire *sopra* un'altra edicola.

Bene, ora lavoriamo per passi.

- a) $b = 1/2$. Simmetria über alles. In questo caso, C può mettersi dove vuole, e D può mettersi dove vuole nella semicirconferenza opposta a quella usata da A . Per entrambi, il bacino di utenza è comunque $1/4$: a seconda della scelta fatta, quello di B varia uniformemente in $]0, 1/2[$ a seconda di quanto C e D stanno vicini a lui invece che ad A , e il valore medio aspettato $E[b]$ è $1/4$. Purtroppo non siamo a conoscenza delle preferenze di C e D rispetto ad A e B , né possiamo fare dei sondaggi, quindi sarà meglio andare avanti.
- b) $1/3 < b < 1/2$. Investimento meno azzardato. In questo caso, a C conviene scegliere un punto nell'intervallo $]b, 1[$ in modo che le due suddivisioni abbiano entrambe misura minore di b . In questo modo manda D a scegliersi un punto nell'intervallo $]0, b[$ e si garantisce un bacino di $(1-b)/2$, mentre D ha come bacino $b/2$. B avrà come vicini C e D , e di nuovo il suo bacino potenziale si può calcolare senza troppi problemi. Sul lato di D , varierà uniformemente in $]0, b/2[$; sul lato di C , ci sono i vincoli del posizionamento di C stesso {che deve essere tra $1-b$ e $2b$ } e quindi varierà uniformemente in $]1/2-b, b/2[$. In totale, dunque, il bacino di B varia uniformemente in $]1/2-b, b[$. Il valore aspettato è sempre $1/4$, il minimo garantito per B cresce fino a $1/6$.
- c) $b = 1/3$. Il colpo di genio. Infatti a C conviene posizionarsi su $c=2/3$, nella speranza che comunque D {che può ora scegliere un qualunque punto} se ne stia nell'intervallo $]0, b[$. Il bacino di D sarà per forza $1/6$; per simmetria il bacino medio di A , B e C sarà $5/18$. Per la precisione, in un terzo dei casi (D tra C e A) il bacino di B sarà $1/3$, e negli altri casi varierà uniformemente tra $1/6$ e $1/3$.
- d) $b < 1/3$. Il troppo stroppia. In questo caso, a C conviene scegliere il punto $(1+b)/2$ che divide in due parti uguali l'arco BA ; in questo modo D gli mangia il meno possibile, e potrà scegliere un qualunque altro punto dell'arco BA senza variare il suo bacino di $(1-b)/4$. Nella metà dei casi (D tra C e A), il bacino di B varrà $(1+b)/4$; nell'altra metà varierà uniformemente in $]b/2, (1+b)/4[$. Insomma, $E[b] = (3+5b)/16$, troppo poco in ogni caso.

[...e qui mi si è alzato il sopracciglio... Vabbe', conoscevo la soluzione. A seguito di una nota piuttosto saputella di Doc, il Nostro ha fatto alcune verifiche]

Il mio errore è quello del Vero Matematico: ragionamento perfetto, e poi erroraccio nei conti. A mia parziale discolpa, devo spiegare che non mi è ancora arrivato l'euroconvertitore, e quindi i miei neuroni calcolanti sono tutti impegnati a capire quanto sto pagando [vedila come una matrice con autovalore (triplo: entrate, uscite e contanti) 1936.27, oppure fai come faccio io: quando ti dicono "tre euro", stai pagando tre euro].

"troppo poco in ogni caso"... E chi l'ha detto? Il limite per $b > 1/3$ di $E[b]$ è $7/24$, e se avessi avuto l'euroconvertitore che fa da calcolatrice mi sarei accorto che questo vale circa 0.2917, mentre $5/18$ vale circa 0.2778. Detto in altro modo, se B sceglie un punto nell'intervallo $]13/45, 1/3[$, costringe D a stare più spesso lontano da lui; statisticamente, la riduzione del bacino di utenza nel lato verso A è più che compensato dall'aumento medio nell'altro lato.

Più B si allontana da A , più il guadagno aumenta, almeno fino a che non si ritrova nel punto catastrofico dove $b=1/3$, dove il sistema improvvisamente collassa in un altro stato stabile e B di colpo perde circa il 5% del suo fatturato.

E la soluzione, insomma? Beh, **NON ESISTE UNA SOLUZIONE!** Dato un ϵ piccolo a piacere, se noi poniamo B a $1/3 - \epsilon$ potremmo sempre migliorare il nostro guadagno prospettivo mettendoci a $1/3 - (\epsilon/2)$, e così via.

L'interessante corollario di questo risultato è che B , dopo essere riuscito a raccapazzarsi un poco in tutta questa spiegazione del suo consulente, si è rifiutato di pagarlo, "perché non mi ha dato una soluzione utilizzabile: persino io sono riuscito ad guadagnare di più rispetto alla sua proposta di mettermi a $1/3 - 1/\text{googolplex!}$ "²

Com'è dura la vita dei consulenti....

Ora, date le sedi dell'American Mathematical Quarterly e di "Le Gioie del Giardinaggio", dove terremo la prossima riunione del CdR?

4. Bungee Jumpers

4.1 Il Salto

Dimostrare che, per $n \geq 0$, tutti i numeri della sequenza $\{2^{(2^n)} + 1\}$ sono primi tra loro.

4.2 Pagina 46

Ma secondo voi, è pari o dispari? Inoltre, **non** somiglia a qualcosa...

Si vede che è:

$$\begin{aligned} 2^{(2^n)} - 1 &= (2^{2^{n-1}} + 1)(2^{2^{n-1}} - 1) \\ &= (2^{2^{n-1}} + 1)(2^{2^{n-2}} + 1)(2^{2^{n-2}} - 1) \\ &= \dots \\ &= (2^{2^{n-1}} + 1)(2^{2^{n-2}} + 1)(2^{2^{n-3}} + 1) \dots (2^2 + 1)(2 + 1)(2 - 1) \end{aligned}$$

e per evidenti motivi possiamo ignorare l'ultimo termine.

Allora, l'intero $(2^{2^n} - 1) = (2^{2^n} + 1) - 2$ è divisibile per tutti i numeri della sequenza data minori di lui.

Da questo segue che se due numeri della sequenza data hanno un divisore comune, questo divisore deve essere anche un divisore di 2 e quindi deve essere 2 che deve quindi essere anche un divisore di questi due numeri della sequenza.

Ma i numeri della sequenza sono tutti dispari.

Quindi non esiste un divisore comune a nessuna coppia di numeri.

5. Paraphernalia Mathematica

5.1 I Sistemi Elettorali [005]

Coraggio, che è l'ultimo. A meno che qualcuno di voi abbia altre idee, in merito.

5.1.1 Le coalizioni

Il fatto che il CdR sia composto da tre persone fa sì che le decisioni vitali quali ad esempio se ordinare involtini primavera o gelato al pistacchio siano sempre prese a maggioranza di due terzi (e io non mi lamento neanche troppo).

² Il primo punto esclamativo è un simbolo di fattoriale, il secondo una semplice esclamazione.

Nel mondo di fuori, pero', la cosa puo' non essere cosi' semplice: infatti, se abbiamo un po' di rappresentanti, possono formarsi delle *coalizioni* che, su punti importanti, possono lasciare il premier in braghe di tela. Capite che, se la differenza e' di *un voto*, quel singolo rappresentante che ha cambiato bandiera (come diceva Bertrand Russell, "Ogni traditore, visto dall'altra parte, e' un convertito") ha un grosso potere in mano.



Barcelona
Beasts

- Marciapiedi mobili sulle Ramblas
 - Tibidabo menocaro
 - Piu' salario ai postini elettronici
 - Per la realta' degli immaginari
- No se puede bailar el flamenco con le Clarks!

Tanto per cambiare, onde rendere la situazione interessante, ci serve un altro branco di scalmanati. Come al solito, sempre per *par condicio*, avete il manifesto³.

Come visto per il calcolo delle rappresentanze, anche qui e' piu' utile considerare, anziche' dei partiti, delle *rappresentanze locali* o, se preferite, dei *collegi elettorali*: supponiamo quindi i nostri scalmanati diventino rappresentanti eletti in una zona: nella tabella sotto, attribuiamo ad ogni Stato un certo numero di rappresentanti funzione della sua popolazione: **WW** elegge dieci rappresentanti, **MM** nove e avanti cosi' (ho cucinato un po' i numeri in modo tale che tutti i metodi di conteggio diano lo stesso risultato). In pratica, quello che abbiamo fatto e' stato di applicare una sana ottica di *cuius regio, eius religio* (ho anche ritrovato la grammatica latina, contenti?).

In questo modo, via decreto presidenziale, abbiamo la possibilita' di aumentare o diminuire piu' o meno a piacimento la rappresentanza parlamentare di ogni regione (in funzione di quanto ci stanno simpatici i rappresentanti, ossia se appoggiano o no le nostre decisioni). Essendo stato eletto Presidente, Despota e/o Lavatoredivetri di questa sventurata nazione con l'augusto nome di Liutprando CIX (l'ultimo e' la targa, non il cognome) ed essendoci in vista le elezioni, sono piuttosto preoccupato. Ma andiamo con ordine.

La composizione della Camera dei Rappresentanti, eletti in un certo numero (stabilito da me) per ogni regione, vede al momento una situazione del tipo di quella rappresentata nella tabella qui di fianco; il numero dei rappresentanti e' suppergiu' proporzionale alla popolazione, ma come abbiamo visto possiamo fare un po' di giochetti e far venire fuori quasi tutte le cifre che vogliamo.

Stato	Rappresentanti	Popolazione
Wallisellen Witches	10	32 526
Moncucco Monsters	9	29 322
Dalian Dragons	7	22 806
Guelmin Ghouls	3	9 774
Barcelona Beasts	1	3 258
Turin Trolls	1	2 974
Totale	31	100 660

Ora, dovete sapere che con un'oculata politica di alleanze

(beh, lasciamo perdere...) sono riuscito a restare attaccato al cadreghino per un congruo periodo di tempo. All'ultima votazione, quindi, avendo l'appoggio di quattro gruppi su sei (tra i quali il piu' grande), mi sentivo abbastanza al sicuro. Piccolo guaio: i favorevoli erano **WW**, **GG**, **BB** e **TT**. Totale, se fate i conti, **15** voti. E sono "andato sotto".

Capite che una situazione del genere e' abbastanza incresciosa, soprattutto alla luce del progetto di trasformare il tutto in una tirannide per diritto divino. Tra un po', tra l'altro, ci sono le elezioni e non vorrei perdere l'immunita'...

³ Consuelo sostiene che somiglia al suo gatto (indovinate perche' e' soprannominato *Miura*?). Spero basti cosi': sto finendo le sigle, oltre all'agenda...

Stato	Rappr.	Coal.
WW	10	16
MM	9	16
DD	7	16
GG	3	0
BB	1	0
TT	1	0

Una soluzione potrebbe essere quella di far avere a **WW** un seggio in piu' e a **DD** uno in meno. In questo modo, la coalizione avrebbe la maggioranza (**16/31**). I sondaggi pero' dicono che, per quanto riguarda la mia rielezione, **MM** e **DD** mi appoggiano e **WW** e' incerto. Ora, **MM** e **DD** possono bloccare una coalizione formata dagli altri quattro (e' appena successo), ma non ci sara' niente da fare se faccio saltare un seggio a uno dei due.

Infatti (col valido aiuto di un foglio Excel), si vede che con **6** gruppi sono possibili **64** coalizioni (ivi inclusa la coalizione nulla); se fate i conti, scoprite che la situazione e' quella rappresentata nella tabella a fianco. L'ultima colonna rappresenta il numero delle coalizioni per cui il gruppo dato e' critico, ossia puo' farla saltare abbandonandola.

Notizia dell'ultima ora: i **TT** protestano perche' non hanno alcun potere. Siamo d'accordo, la loro popolazione e' praticamente risibile, pero' di sicuro al Capo non puo' far piacere che i tre gruppi piu' forti (**WW**, **MM**, **DD**) possano fare il bello e il cattivo tempo: qualsiasi sia il voto di **BB** e **TT**, sono sempre i tre piu' forti che decidono: almeno due di loro voteranno nello stesso modo e rappresenteranno in ogni caso la maggioranza.

Stato	Rappr.	Coal.
WW	10	18
MM	9	14
DD	7	14
GG	3	2
BB	2	2
TT	2	2

Una soluzione potrebbe essere quella di dare un rappresentante in piu' a **BB** e **TT**: in questo modo, la situazione sarebbe quella indicata nella tabella sopra. Anche qui, l'ultima colonna rappresenta, tra le diverse coalizioni, quelle per cui il gruppo dato e' critico: per capirci meglio, esistono **due** coalizioni [(**MM,DD,TT**) e (**GG,BB,TT**)] in cui i **TT** sono l'ago della bilancia: se escono dalla coalizione, questa crolla. Logicamente, stesso discorso vale per i **BB**.

Stato	Rappr.	Coal.
WW	12	18
MM	9	14
DD	7	14
GG	3	2
BB	1	2
TT	1	2

Osserviamo pero' uno strano fenomeno: supponiamo di poter aumentare il numero dei rappresentanti delle **WW**: a senso la cosa sembra assurda, in quanto aumentare il potere del piu' forte dovrebbe diminuire il potere dei piu' deboli. Pero'... Beh, i dati sono nella tabella di fianco, sempre calcolati sulle coalizioni.

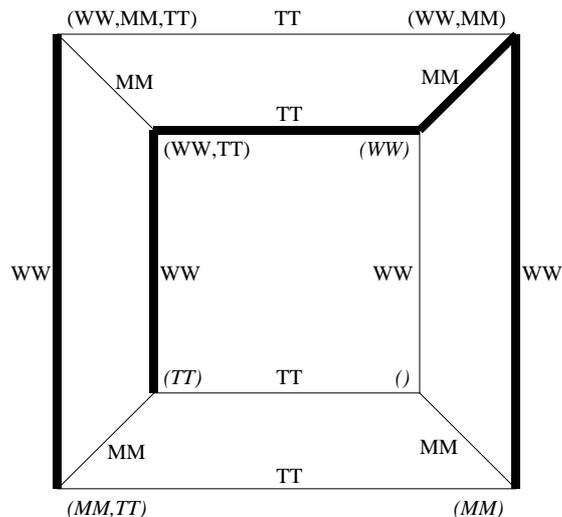
Carino, vero? Aumentare di due i rappresentanti del piu' forte non aumenta il suo potere rispetto al secondo caso, ma aumenta il potere dei piu' deboli. In compenso, se aumentate i rappresentanti dei piu' deboli, aumenta anche il potere dei piu' forti. Infatti, dalla prima alla seconda tabella le **WW** passano da 16 a 18 coalizioni in cui sono critiche, mentre nella terza i numeri di coalizioni critiche per ciascuno non variano, anche se abbiamo mantenuto al vecchio valore **BB** e **TT**.

Forse e' meglio se ci inventiamo un metodo migliore per stabilire quanto potere ha un gruppo. In questo campo, **John Banzhaf III** (anche qui l'ultimo e' la targa) ha provato a fare un po' di conti, e i risultati sono interessanti. Quello che ha fatto e' stato inventare l'**Indice di Potere**.

L'idea alla base e', come spesso accade, porsi una domanda: Quand'e' che un gruppo (piccolo) acquisisce un grande potere? La risposta piu' logica e' che *un gruppo possa acquisire potere aggregandosi ad una coalizione perdente se in questo modo la rende vincente* (o abbandonando una coalizione vincente rendendola perdente, che e' la stessa cosa). In pratica, se un gruppo abbandonando la coalizione di governo e passando all'opposizione trasforma la coalizione di governo in una minoranza, capite che il gruppo

in questione ha un enorme potere. Per quantificarlo matematicamente, definiamo il potere di un gruppo come il numero di volte in cui puo' combinare guai, ossia come *il numero di coalizioni in cui quel gruppo e' decisivo affinche' la coalizione sia di maggioranza*.

Tra l'altro, John Terzo (che faceva e credo faccia ancora- l'avvocato), ha anche inventato un grazioso metodo per descrivere il sistema: ad esempio, la nostra situazione originale e' rappresentata da **[16;10,9,7,3,1,1]** (e' chiaro? Il primo numero e' la maggioranza necessaria, gli altri sono le rappresentanze⁴). I **TT** sono cruciali in ogni coalizione che abbia esattamente **16** voti, in quanto se loro se ne vanno la coalizione si ritrova con quindici voti e va in minoranza; dobbiamo quindi verificare quante coalizioni contenenti i **TT** di esattamente **16** voti si possono formare. Se provate a fare i conti, vedete che non ne esistono, e quindi il loro indice di potere e' **zero**. Del fatto che loro cambino bandiera, non potrebbe importare di meno a nessuno.



Nel secondo caso, il sistema e' **[17;10,9,7,3,2,2]** e ci sono due coalizioni critiche: quindi, in questo caso l'indice di potere per i **TT** diventa **2**.

Nel terzo caso che abbiamo creato **[17;12,9,7,3,1,1]** va notato un particolare interessante: le **WW** hanno *dodici* volte i rappresentanti dei **TT**, ma sono critiche solo per le coalizioni che hanno tra i **17** e i **28** voti: se le contate, sono **18**: quindi, con dodici volte i rappresentanti, hanno un potere *solo nove volte superiore*, in quanto i **TT** sono critici in *due* coalizioni.

Se si lavora con pochi gruppi, esiste un metodo grafico per calcolare l'indice di potere.

Disegniamo un reticolo che rappresenti *tutte* le coalizioni, e colleghiamo tra di loro quelle che differiscono per *un solo gruppo*: denotiamo il collegamento con il nome del gruppo che differenzia i due punti. Ad esempio (disegno qui sopra -spero), le coalizioni in alto differiscono solo per la partecipazione dei **TT** (in quella a sinistra ci sono e in quella a destra no), e quindi la linea che unisce i due punti si chiama "**TT**".

A questo punto, marchiamo in grassetto gli "spigoli cardine", ossia quelli in cui si passa da una minoranza a una maggioranza (o viceversa). Siccome vorrei stare sul semplice, semplifichiamo di nuovo il nostro sistema in un **[3;2,1,1]**, tenendo solo i nostri raggruppamenti iniziali (Quindi **WW=2**, **MM=1**, **TT=1**, che rappresenta abbastanza bene i poteri all'interno del CdR).

Nella figura sopra, vedete il risultato.

A questo punto, contate quanti spigoli in grassetto si chiamano con lo stesso nome e avete automaticamente calcolato l'indice di potere, che risulta per **WW** pari a **3** mentre **TT** e **MM** devono accontentarsi di un misero **1**.

⁴ Sono d'accordo con voi che a prima vista il "16" sia ridondante (basta fare la somma degli altri e dividere per due); nessuno ha mai detto pero' che per "maggioranza" si intenda "maggioranza semplice"; la modifica di particolari leggi, in alcuni paesi, prevede una maggioranza di due terzi (ad esempio, in Italia, la modifica della prima parte della Costituzione). In questo caso, il nostro sistema si scriverebbe **[21;10,9,7,3,1,1]**.

E dov'è la semplificazione? Beh, voglio sperare notiate che si tratta di un cubo spiccicato sul foglio. La figura che ottenete (ottima verifica per vedere se avete tirato tutte le righe) per "n" soggetti è un cubo in "n" dimensioni. Capito perché ho ridotto il numero dei partecipanti? Comunque, con un po' di algebra la cosa è affrontabile.

Qualcuno ha un 15-iper-cubo? Mi aspetta una riunione *molto* noiosa.

Rudy d'Alembert

Alice Riddle

Piotr R. Silverbrahms