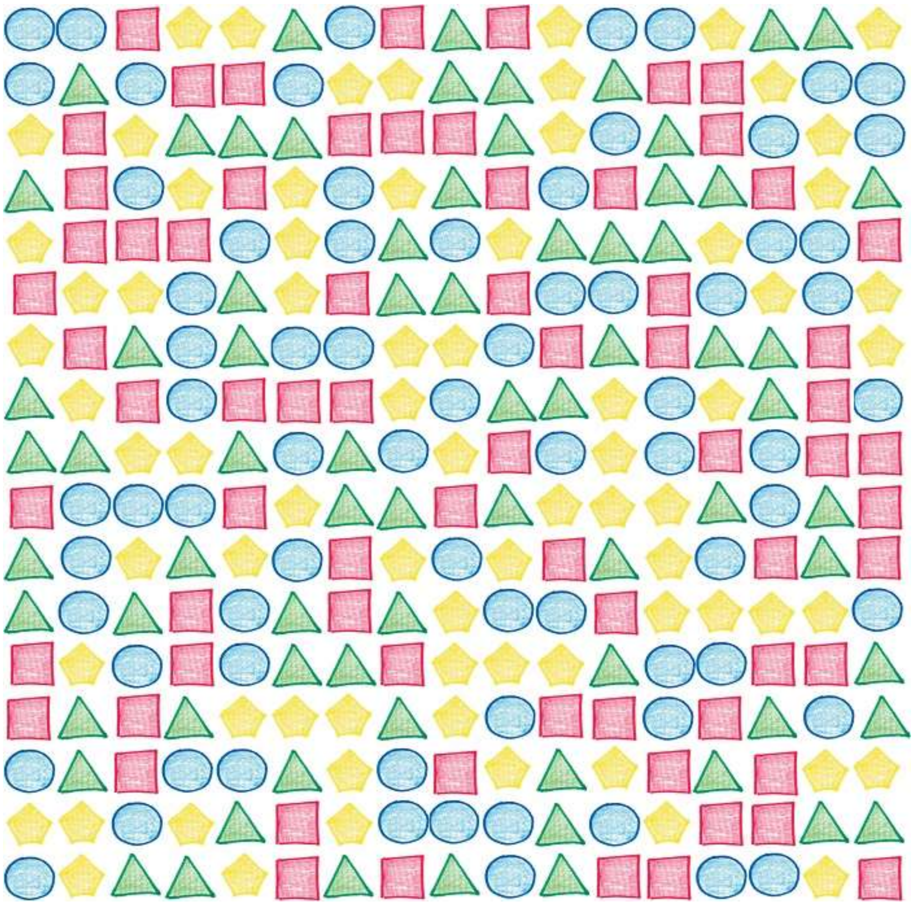
Hanc Marginis Exiguitas Non Caperet

Rudi Mathematici

Rivista fondata nell'altro millennio

Numero 307 – Agosto 2024 – Anno Ventiseiesimo



Hanc Marginis Exiguitas Non Caperet

Rudi Mathematici

Rivista fondata nell'altro millennio da
Rudy d'Alembert (A.d.S., G.C., B.S)
rudy.dalembert@rudimathematici.com

Piotr Rezierovic Silverbrahms (Doc)
piotr.silverbrahms@rudimathematici.com

Alice Riddle (Treccia)
alice.riddle@rudimathematici.com

www.rudimathematici.com

RM306 ha diffuso 3'386 copie via https://groups.google.com/g/rudi-mathematici.

Se cercate in rete una foto di ***CiCi Yu*** (insegnante americana di matematica) è ben difficile che questa vi ispiri il concetto di "forza bruta". Eppure, un suo problema ha richiesto due anni di applicazione da parte dei più brutali matematici: riempite una griglia 17×17 in modo tale che non esistano quattro figure uguali ai vertici di un rettangolo.

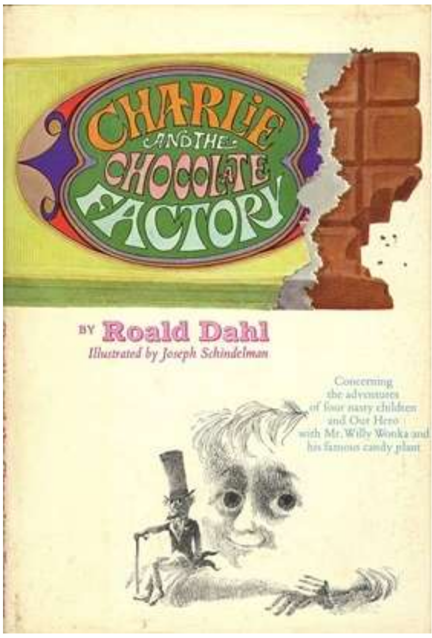
1. Pesce e cioccolata

"È pieno di soldi là fuori e ne stampano altri ogni giorno, ma questo biglietto... Ne esistono solo cinque come questo in tutto il mondo e non ce ne saranno altri mai più. Solo uno scemo scambierebbe questo biglietto con una cosa comune come i soldi."

(nonno Joe)

In tutto il mondo, se si pronuncia "la fabbrica di cioccolato", si pensa a un film. O meglio, ad almeno tre film; anzi, a dirla proprio tutta, si pensa a tre film e a un romanzo. In Italia, poi, ci si pensa ancora di più[1], visto che solitamente con "*La Fabbrica di Cioccolato*" si indicano tutti e tre i film (compresi quello del 1971, che anche in italiano aveva un titolo un po' più elaborato, e quello del 2023, che non ha neppure "la fabbrica" nel titolo) e il romanzo (che qualcuno si ostina ancora a definire "libro per ragazzi"). Ma andiamo con ordine.

Il libro esce nel 1964 dalla penna[2] di Roald Dahl, con il titolo "*Charlie and the Chocolate Factory*": il titolo è onesto, perché oltre alla protagonista assoluta (la fabbrica di cioccolato, appunto) cita anche il co-protagonista, Charlie Bucket, ragazzino inglese di poveri mezzi che è entrato in possesso di uno degli aurei cinque biglietti d'invito alla fabbrica medesima. In italiano, la prima edizione è probabilmente quella di Mondadori del 1971, che esce con il titolo "*Willy Wonka e la fabbrica di cioccolato*", che inserisce nel titolo e in copertina anche quello che – se la fabbrica di cioccolato è la protagonista e Charlie Bucket il co-protagonista – è indubbiamente il protagonistissimo, ciò appunto Willy Wonka, proprietario della fabbrica stessa. Il signor Wonka è personaggio talmente insolito e intrigante da conquistare anche il titolo del film di Mel Stuart del 1971, "*Willy Wonka & the Chocolate Factory"* tradotto pianamente nell'edizione italiana con "Willy Wonka e la fabbrica di cioccolato". Il film aveva Gene Wilder a indossare i panni di Wonka e la sceneggiatura firmata dallo stesso Roald Dahl, autore del romanzo, che però poi si irritò per alcune scelte, variazioni e tagli eseguiti dalla produzione, e finì con rinnegare il film. Fu un buon successo al botteghino: niente di veramente eclatante, a dire il vero, ma – come talvolta capita, per ragioni non sempre spiegabili – nei decenni successivi divenne un vero e proprio cult-movie, al punto che è abbastanza difficile ancora oggi, navigando in rete, non incontrare qualche meme con Wilder nei panni di Willy Wonka che prende in giro qualche post o qualche inappropriato commento.



1 *Il romanzo*

[1] La cosa è abbastanza strana anche perché, in quanto a fabbriche di cioccolato, l'Italia ne ha a bizzeffe, di prestigiose e floride. Basti pensare che, mentre nel resto del mondo le classifiche delle persone più ricche elencano petrolieri, fondatori di e-commerce, giganti dell'informatica, imperi della moda e del mobile, in Italia la più famosa delle fabbriche di cioccolato piazza il proprietario di turno quasi sempre al primo posto. Ma il potere della letteratura e della cinematografia ha evidentemente più impatto mediatico di quello delle classifiche di *Forbes*.

[2] In realtà, siamo quasi certi che Dahl possedesse già, nel 1964, almeno una macchina per scrivere.

2 *Willy Wonka by Gene Wilder.*

Un cult-movie ha solo due destini possibili: o viene messo dentro una sacra teca infrangibile e reso immutabile da torme di fan pronti a sbranare chiunque osi modificarne un fotogramma[3], o viene rifatto più volte. Nel nostro caso, vale la seconda possibilità: nel 2005 l'inquieto regista Tim Burton veste Johnny Depp con gli abiti di Willy Wonka e lo spedisce nelle sale cinematografiche, con ottimo successo di critica e botteghino. Ci sono stati scambi di gentili commenti tra gli attori che hanno interpretato Willy Wonka a 34 anni di distanza l'uno dall'altro (si sentiva l'ironia?) ma nessuna da parte di Roald Dahl[4], che se ne era già andato da questo mondo nel 1990.

L'ingresso della fabbrica di cioccolato nell'immaginario collettivo è stato ulteriormente sacramentato da un tentativo assai malriuscito di inserire Tom & Jerry nella storia di Charlie e Willy Wonka nel 2017[5] e soprattutto dal prequel "*Wonka*" di Paul King del 2023, con Timothée Chalamet nella parte di un giovane Willy Wonka e Hugh Grant ridotto alle dimensioni di un Umpa Lumpa. Anche questo film è stato un buon successo di critica e di pubblico, a dimostrazione che il personaggio di Wonka è indubbiamente una creazione ben riuscita; forse con un po' di scorno da parte del fantasma di Roald Dahl, che aveva litigato con la produzione del film del 1971 proprio perché, a suo parere, il padrone della fabbrica di cioccolato nel film era troppo preminente rispetto a Charlie, il ragazzo che nelle sue intenzioni doveva restare il vero protagonista della storia.

Bene, tutto questo sproloquio di critica cinematografica persegue un unico scopo: quello di spiegare per bene che, anche se le parole "fabbrica di cioccolato" hanno un chiaro significato condiviso – sia quello metaforico che quello letterale – da tutta la popolazione mondiale, nel microscopico lessico famigliare della Redazione di Rudi Mathematici ne hanno un altro totalmente diverso. Per rendervi edotti su cotanta distonia, dobbiamo fare un salto abbastanza lungo ma, a differenza di quello che si apprestano a fare gli atleti a Parigi, sarà all'indietro e non in avanti, e soprattutto nel tempo.

L'abbiamo ricordato svariate centinaia di volte: Rudi Mathematici, sia nel senso di Prestigiosa Rivista di Matematica Ricreativa sia in quello di gruppo di tre persone variegate e variopinte accomunate dalla perversione di giocare con la matematica, nasce nel febbraio del 1999. Quel che abbiamo ricordato un numero certamente minore di volte è che quella data non è molto distante da quella in cui Alice, al tempo giovine e avventurosa ingegnera d'una società di telecomunicazioni italiana, decide di diventare una giovane e avventurosa ingegnera d'una società di telecomunicazioni svizzera. Questa decisione comporta alcuni piccoli aggiustamenti logistici, come quello di uscire dall'Unione Europea, stabilirsi oltre confine, cambiare abitudini, clima e rapporti sociali, oltre che cose ancora più trascurabili come cambiare lavoro e vita. Naturalmente non cambia la cosa essenziale,

[3] D'accordo, non è proprio sempre così… però quasi. Senza chiamare in ballo "*Il settimo sigillo*", "*La corazzata Potemkin*" o "*La dolce vita*", pensate a "*The Rocky Horror Picture Show*" o "*The Blues Brothers*": entrambi hanno avuto dei tentativi di remake o sequel, ma chi se ne ricorda?

[4] Non che c'entri molto con il film, ma questa vorrebbe pur sempre essere una rivista di divulgazione scientifica, e quindi non possiamo passare sotto silenzio che la "D" della "valvola WDT" per la cura dell'idrocefalia deriva proprio dall'iniziale del cognome dello scrittore. Negli anni Cinquanta ai bambini idrocefali veniva inserita una comune valvola Holter per il drenaggio del liquido cefalico, che però non era particolarmente efficace; quando Theo, il figlio di Roald Dahl, sviluppò la malattia, lo scrittore si mise in contatto con Till, neurochirurgo, e Wade, ingegnere idraulico, e insieme svilupparono la valvola Wade-Dahl-Till, che permise a moltissimi bambini una vita migliore, fino all'avvento di tecniche ancora più efficaci. Nessuno dei tre accettò mai compensi per la loro invenzione.

[5] "*Tom & Jerry: Willy Wonka e la fabbrica di cioccolato",* della Warner Bros. La critica più favorevole è stata una spietata stroncatura.

ovvero l'appartenenza a RM, ma alcune altre questioni la impegnano abbastanza, tipo quella di trovare un posto decente dove abitare. Visto che l'area geografica in cui finirà a lavorare è quella allargata di Zurigo, ha l'idea di cercarsi un appartamento da quelle parti, e lo trova. Anzi, ne cambia addirittura uno o due, ma tutte le abitazioni provate sono nella stessa zona, e il baricentro affettivo di quella zona è proprio quello che state immaginando: una fabbrica di cioccolato.

Abbiamo raccontato decine di volte anche che, nonostante qualcuno continui a immaginarsi la Redazione di RM come un luogo fisico regolarmente frequentato da Alice, Rudy e Piotr, in realtà i tre cialtroni si incontrano dal vero solo raramente: le occasioni migliori sono proprio i CdR (Comitati di Redazione) che si tengono a volte in Italia e a volte in Svizzera: quello che hanno avuto a lungo in comune, nonostante la differenza della nazione geografica, è che Alice si presentava sempre, immancabilmente, sia a Torino che a Zurigo con scorte industriali di cioccolatini provenienti dall'eponima *fabbrica di cioccolato*. Era una vera fabbrica, piccola ma assai meritevole, il cui spaccio aziendale aperto al pubblico distava pochi passi (davvero pochi, e intendiamo veri passi a piedi) da casa sua, e non c'era CdR che non iniziasse formalmente con la consegna dei cioccolatini svizzeri dati in regalo ai due redattori che persistevano con l'insana abitudine di abitare in Italia. I due summenzionati facevano sempre finta di essere sorpresi e imbarazzati, ma i ringraziamenti e i "ma non dovevi…" suonavano più falsi dell'invito del gatto di casa al topo nascosto nel buco del muro di uscire per andare a divertirsi insieme al luna park.

Solo due ricordi sono spiacevoli, in merito alla fabbrica di cioccolato: uno, ovviamente, è già intuibile dal fatto che abbiamo usato l'imperfetto per raccontarla. La fabbrica da qualche anno non c'è più, e anche se la Svizzera è tutt'altro che sprovvista di qualsivoglia tipologia di lavoratori del cacao, quella nostra fabbrica di cioccolato, a due passi da casa di Alice, ci manca molto. L'altro ricordo, invece, è quasi più triste e feroce: è passato alla storia di RM come il Grande Disastro Lacustre del 2003.

Si tratta di un ricordo molto doloroso, quindi non la tireremo molto a lungo: erano i primi giorni di agosto 2003, e siccome c'era la felice congiuntura che eravamo stati invitati ad una manifestazione matematica proprio quando Alice meditava di fare un viaggetto in Italia, ci siamo organizzati in modo che i due maschietti italici avrebbero raggiunto Zurigo un paio di giorni prima, e poi si sarebbe ritornati tutti e tre in auto, facendo la sosta prevista sulle sponde lombarde del Lago Maggiore per partecipare, a ranghi completi e compatti, alla manifestazione stessa. Dopodiché, raggiungere le rispettive magioni in terra piemontese sarebbe stato un gioco da ragazzi.

Avete già capito, vero? Beh, sì, è andata proprio così: Alice riempie il bagagliaio di cioccolatini, nessuno dei tre viaggiatori è sufficientemente sveglio da mettere in relazione le grandezze elementari della situazione termodinamica in atto e che possono essere riassunte come "grado di freschezza di un bagagliaio", "temperatura media di un assolato giorno d'agosto" e "parcheggio sotto il sole per sei o sette ore" quel tanto che bastava a evidenziare la necessità di una borsa frigo, e il risultato è stato veramente terribile a vedersi: un chilo abbondante – forse anche due – di deliziosi cioccolatini variegati (tra i quali quelli insuperabili al liquore) erano passati allegramente dallo stato solido a quello liquido, e stavano ragionando se fosse tempo di procedere ulteriormente verso quello gassoso. Sono passati ventun anni, ma ogni volta versiamo una lacrimuccia al ricordo.

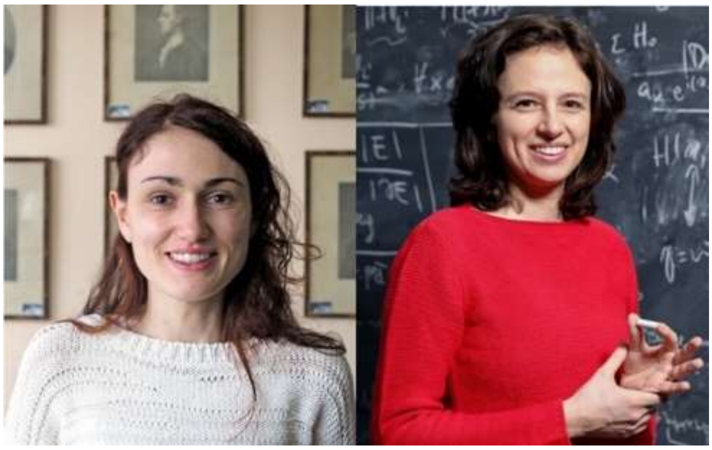
Bene, tutto questo sproloquio sui passaggi di stato del cioccolato svizzero persegue un unico scopo: quello di introdurre la suaccennata "manifestazione matematica". Il nome in codice (come sempre imposto da Rudy, in qualità di Capo) era "Sagra del Pesce Algebrico", acronimizzata in SPA. C'è poco da fare: se più di tre persone si incontrano, secondo Rudy, lo fanno per mangiare; se lo fanno nei pressi di un lago, mangeranno pesce; se a queste persone piace la matematica, il tutto va fortemente ribadito nella denominazione della manifestazione stessa. Mettete in fila i tre passaggi, e "Sagra del Pesce Algebrico" arriva in maniera ineluttabile nel lessico redazionale. In realtà, però, il convegno aveva un nome

3 *La sagra del Pesce Algebrico*

vero e ottime intenzioni: e il posto in cui si teneva (non solo quella volta lì, ma per un sacco di anni) era davvero piacevole. Ci sembra di ricordare che il nome ufficiale fosse "*Tutto è Numero*", ma anche il nome vero era solo una copertura: la manifestazione, in realtà, era organizzata dall'infaticabile Nando Geronimi, che invitava tutti i rappresentanti italiani dei Giochi Matematici (organizzati in Italia dalla Bocconi) che erano in partenza per le finali di Parigi ad allenarsi sulle rive del lago. Poi, già che c'erano, si faceva anche un po' di festa. Il nome del luogo era difficile e quasi triplice, però forse proprio per quello era facile da ricordare: si trattava di Caldè di Castelveccana, vicino Luino (VA). Cioccolatini fusi a parte, anche nel 2003 è stata davvero una giornata piacevole: Rudi Mathematici esisteva da quattro anni, ma la partenza era stata lenta per forza di cose, e scoprire che c'era davvero qualcuno che già ci conosceva è stato estremamente lusinghiero. Noi, per sicurezza, ci eravamo fatti stampare delle magliette apposta, con tanto di logo, tanto per togliere dall'imbarazzo quelli che magari preferivano evitarci piuttosto che incontrarci. Avevamo aperto un sito da non troppo tempo (no, nel 1999 scrivevamo solo con stampanti e fotocopiatrici, e solo dopo un po' abbiamo cominciato la distribuzione dell'e-zine con le prime e-mail… i siti erano ancora quasi fantascienza, per noi), e scoprire che invece qualcuno era già in grado di riconoscerci ci ha fatto spuntare delle meravigliose code di pavone. È stato in quell'occasione, ad esempio, che abbiamo incontrato per la prima volta Giorgio Dendi (è stato finalista nella categoria "Grande Pubblico" per un sacco di volte), che non aveva ancora finito di salutarci che già stava inventando – e ovviamente proponendoci – un indovinello creato lì per lì su ispirazione della targa di una macchina che si stava allontanando.

Ma va bene, gli amarcord non si possono tirare troppo a lungo, per l'ottima ragione che quasi sempre divertono solo chi li racconta, e allora saltiamo quasi di palo in frasca, facendo finta di essere dei seri cronisti latori di notizie ancora belle calde. In verità, per quanto riguarda premi e concorsi matematici, ce ne sono ben due, anche se oggettivamente di importanza diversa, ma entrambe piacevoli. Una, l'avrete certo sentita, è che sono stati ufficialmente annunciati i dieci vincitori degli EMS Prize. Breve riepilogo per chi si fosse perso la notizia: così come il premio più importante della matematica, la Medaglia Fields, viene assegnato ogni quattro anni dall'ICM (International Congress of Mathematicians) dell'IMU (International Mathematical Union) a ricercatori che non abbiano raggiunto i 40 anni di età, la EMS (European Mathematical Union) organizza ogni quattro anni l'ECM (European Congress of Mathematics) durante il quale assegna dieci premi a ricercatori che non abbiano ancora festeggiato il 35° compleanno. Insomma, per farla breve e saltando le sigle, se siete un giovane matematico europeo e vincete il premio EMS, innanzitutto ci portate a casa il secondo premio più importante a cui potete aspirare (il Premio Abel è forse più prestigioso e certamente assai più generoso dal punto di vista finanziario, ma è una specie di premio alla carriera, e avete tutta la vita davanti per cercare di impadronirvene), e in più sapete di avere ancora almeno un lustro davanti a voi per cercare di arraffare la Medaglia Fields. Poi, per carità… ogni quadriennio di premi EMS ne rilasciano dieci, di Medaglie Fields quattro al massimo; le Fields sono ambite non solo dai matematici d'Europa, ma anche da quelli americani, asiatici, africani, australiani e dell'Antartide, quindi la strada è certamente ancora bella lunga; ma di certo siete in corsa e, soprattutto, anche se non arrivate alla Fields, siete comunque arrivate agli EMS Prizes, e – per la miseria – già quelli bastano e avanzano a dare tutto un senso speciale alla vostra carriera matematica.

Se avete notato, nel periodo precedente, che abbiamo scritto "siete comunque arrivate" e non "siete comunque arrivati", potreste aver pensato che abbiamo scelto di usare, per una volta, il "femminile sovraesteso"[6], ma in realtà è solo un "femminile anticipato", perché il venti per cento dei Premi EMS del 2024 se lo sono accaparrato due matematiche italiane, Cristiana De Filippis e Maria Colombo. Se fossimo una rivista seria, a questo punto dovremmo raccontarvi quali siano i campi di indagine di Colombo e De Filippis, provare a spiegarvi perché siano riuscite a primeggiare, e magari pure qualcosa di più sulla loro vita privata, ma lo sapete già, non siamo una rivista seria. Abbiamo già rubato la foto delle due vincitrici a *MaddMaths!*, non ci resta che continuare con i furti e rimandarvi lì per saperne di più e magari guardarvi le interviste che quelli di *MM!* hanno fatto a entrambe. Noi ci limitiamo a osservare che Cristiana De Filippis, dell'università di Parma, ha l'irrisoria età di anni 32, è nata il 23 Luglio 1992, e quindi possiamo subito eleggerla a titolare di questo "compleanno"[7] che in realtà abbiamo iniziato a scrivere senza l'intenzione di scrivere un "compleanno di RM". Possiamo anche aggiungere che ci fa un po' impressione registrare che, quando noi fondevamo cioccolato alla Sagra del Pesce Algebrico, De Filippis aveva appena spento le candeline sulla torta del suo undicesimo compleanno, e non c'è dubbio che abbia investito il successivo tempo matematico assai meglio di quanto siamo riusciti a fare noi.



4 *Cristiana De Filippis e Maria Colombo*

Su Maria Colombo (ovviamente co-titolare del compleanno, a prescindere del mese di nascita) eravamo pronti a raccontare che è nata a maggio (mese splendido per nascere), che sa tutto di Analisi Matematica (proprio come Cristiana), e che magari l'avevamo inconsapevolmente incontrata, visto che ha gironzolato a lungo per l'ETH di Zurigo, luogo sacro nei cui paraggi (esterni) ci aggiriamo spesso, con evidente invidia e incapacità di varcarne la soglia. Dopo l'ETH, poi, si è spostata nel paradiso matematico del Politecnico di Losanna, e insomma la Svizzera, patria d'adozione di Alice, sembrava incombere e aumentare le possibilità di un incontro casuale[8]. Pensavamo tutto questo anche appena cinque minuti fa, prima di aver scoperto una cosa inenarrabile: che gli dèi della Forte Probabilità ci proteggano mentre proviamo a raccontarla, che non li abbiamo mai sentiti così benignamente favorevoli.

[6] …e non ci sarebbe davvero niente di male, a farlo ogni tanto.

[7] Sì, lo sappiamo anche noi che questo RM307 è datato "Agosto" e non "Luglio", ma siccome da tempo immemore RM esce in ritardo perché il compilatore dei "compleanni" li scrive in ritardo – di solito proprio nel mese riportato in copertina, e non in quello prima come invece dovrebbe, è facile sbagliarsi. Insomma, perdinci, per una volta che lo scriviamo nel mese giusto, non starete mica lì a formalizzarvi sul fatto che il matematico festeggiato è nato nel mese precedente a quello riportato in copertina, no?

[8] Se vi sembriamo un po' ossessionati dall'idea di conoscere personalmente matematici famosi, è solo perché lo siamo davvero. Quando Alessio Figalli vinse la Medaglia Fields abbiamo disperatamente cercato di scoprire se avesse mai sentito parlare della nostra e-zine, magari per aggiungere poi trionfalmente, sotto la testata di ogni numero successivo, la trionfale dicitura "*La rivista preferita dalle Medaglie Fields*", o qualcosa di un po' meno modesto. Purtroppo, non abbiamo ma avuto conferma sicura della cosa, e quindi – a fatica – ci asteniamo dal farlo. Ma la speranza è l'ultima a morire…

Insomma, abbiamo sfogliato Wikipedia alla ricerca della data di nascita di Maria Colombo, per calcolare l'età che doveva avere quando noi ci siamo esposti al pubblico durante quella sorta di debutto sociale che facemmo alla Sagra del Pesce Algebrico. Prima ancora di concludere che Colombo doveva a quel tempo essere una radiosa quindicenne, l'impietosa enciclopedia della rete ci dà due staffilate, una più decisa dell'altra. La prima è che Colombo, nella sua adolescenza, non solo ha fatto incetta di medaglie alle Olimpiadi Matematiche Internazionali (2005, 2006 e 2007), ma anche ai Campionati Internazionali di Giochi Matematici[9], in rappresentanza dell'Italia, nel 2004.

Quindi, abbiamo tragicamente pensato, nel 2004 la vincitrice dell'EMS Prize 2024 era certamente a Caldè! Dannazione, vuoi vedere che ce la siamo persa per un anno esatto? Vuoi vedere che, oltre al Grande Disastro Lacustre dei cioccolatini, dobbiamo attribuire al 2003 anche un'altra tragedia, che potremmo chiamare "Tragedia dell'Anticipo Annuale"?

Poi, però, abbiamo notato un'altra cosa, questa davvero imprevista. Maria Colombo è nata a Luino; ora, sapendo che Luino e Caldé sono praticamente la stessa cosa (su scala milanese o romana, sarebbero quartieri confinanti, o quasi), che quella sponda orientale del Lago Maggiore era il regno di Nando Geronimi, quante sono le possibilità che una quindicenne luinese, così affascinata da matematica e giochi matematici da arrivare, dodici mesi dopo, alla finale di Parigi, non abbia fatto un salto alla Sagra del Pesce Algebrico del 2003? Poche, nevvero? Davvero poche – confermatecelo, o dèi della Forte Probabilità – davvero pochissime, nevvero? Possiamo o non possiamo cominciare a fare le prove tipografiche per inserire in testata il sottotitolo "*La rivista preferita dai vincitori dei Premi EMS*"?

5 *Samuele Mongodi (insomma, Sam)*

Ma non c'è due senza tre, dice un adagio molto matematico di cui non siamo davvero mai riusciti a comprendere il significato: ma non possiamo continuare a parlare di Caldé, di Giochi Matematici Internazionali e di matematici cresciuti bene senza parlare del terzo protagonista di questo compleanno-che-non-voleva-essere-un-compleanno. Si tratta di quello che ci ha fatto arrivare a Caldé, in quei primi d'Agosto del 2023: lo abbiamo conosciuto – solo virtualmente, all'inizio – nel 2002; se andate a frugare nell'ormai vasto archivio di RM[10] e risalite fino al numero 37 del febbraio 2002, pagina 4, riuscirete a trovare l'allonimo di *Sam*, che al tempo era uno studentello liceale. Uno studentello che prometteva bene, però: quando siamo riusciti a incontrarlo a Torino, finimmo a cena con un mostro sacro della nostra vita da studenti universitari, il nostro professore di Istituzioni di Fisica Teorica. Ci immaginavamo una serata placida e dotta con noi a fare da ponte transgenerazionale, pronti a ricevere ammirazione e complimenti sia dal liceale che dal professorone prossimo alla pensione, ed è finita con noi a fare da spettatori a tutta una

[9] Forse è necessaria una piccola spiegazione se anche voi, come noi, vi perdete facilmente nel catalogo delle manifestazioni importanti di matematica. Le "Olimpiadi Internazionali della Matematica" (IMO) sono la più famosa e istituzionalizzata competizione per studenti di matematica: ogni nazione seleziona i suoi studenti migliori e li manda alle Olimpiadi Internazionali. In Italia, la selezione della squadra olimpica avviene tradizionalmente a Cesenatico, ai primi di maggio. Se volete lustrarvi gli occhi, andate a dare uno sguardo agli studentelli che si sono distinti abbastanza da finire nell'albo d'oro, e giocate a riconoscere quanti di quei nomi sono diventati stelle della matematica moderna. I "Campionati Internazionali di Giochi Matematici" sono invece, come dice il nome, più orientati ai "giochi", e sono organizzati dalla *Fédération Française des Jeux Mathématiques*, e le finali si svolgono sempre a fine agosto a Parigi; la selezione italiana si svolge attraverso un centinaio di città e organizzazioni volontarie guidate dal Centro PRISTEM dell'università Bocconi, fino alla designazione della squadra nazionale da mandare a competere sotto la torre Eiffel. A Caldé, ogni anno, dal secolo scorso, Nando Geronimi organizza preparazione e allenamenti per la finale internazionale.

[10] https://www.rudimathematici.com/archivio/archiviodb.php

serata di tese disquisizioni di fisica, matematica e filosofia della scienza (persino con qualche accenno di conflitto ideologico) tra le due generazioni più distanti, mentre noi giravamo le testa verso l'uno o l'altro come spettatori di una partita di tennis.

Insomma, ce lo aspettavamo che finisse a fare il matematico vero. Col passare degli anni, i contatti si sono diradati, com'è naturale che sia: crediamo che adesso insegni all'università di Milano Bicocca, dopo averne girate altre, come fanno i ricercatori giovani. Abbiamo scorso velocemente la lista completa delle su pubblicazioni, e ci siamo ripetuti il nostro motto preferito ("i matematici bisogna ammazzarli da piccoli") per provare a tacitare l'invidia. Alla fine, ci siamo rassegnati, e abbiamo deciso di scrivere questo compleanno perché fra due giorni (ma se mai lo leggerà, saranno già passati di sicuro) celebrerà un compleanno vero e importante, e volevamo fargli gli auguri.

Non sappiamo neppure se la cosa gli farà piacere o meno: alla fin fine, non lo abbiamo preavvertito, e c'è la possibilità che queste righe si rivelino, alla fin fine, una sorta di stalkeraggio o quantomeno una violazione della privacy, Però poi, manco a farlo apposta, ci si è messo davvero pure il destino, perché in questi giorni, oltre ad avere due matematiche italiane cinte d'alloro da parte dell'EMS, abbiamo avuto anche un trionfo ai Giochi Internazionali della Matematica, che immaginiamo siano stati anticipati rispetto alla data canonica di agosto per via delle Olimpiadi, quelle più famose, di Parigi. La squadra italiana ha fatto incetta di medaglie, è stata una delle competizioni migliori della storia, per i ragazzi che si allenano a Caldé. E così, ci è capitato di vedere la foto celebrativa, con i ragazzi appesantiti dai metalli, con il leader che ci pare non sia altro che il sempreverde Nando Geronimi, e il deputy-leader, che invece siamo certissimi essere lui, Sam.

Potevamo stare zitti?

2. Problemi

2.1 Un altro torneo

Beh, quasi. In questo caso, si viaggia a eliminazione diretta. La parte divertente è che i giochi sono due.

Siccome il tempo a disposizione è quello che è, cominciamo con lo stabilire un numero, ad esempio 6 (e da qui potete facilmente dedurre la generalizzazione).

La prima partita è tra Rudy e Doc, che tracciano due scacchiere: Doc (che è il primo giocatore) traccia una scacchiera 6×6, mentre Rudy traccia una scacchiera 6×1 (sì, una riga soltanto. Ma si sa, Rudy in questa stagione è sempre un po' pigro).

Indi, Doc traccia una sequenza di X e O (come preferisce) nella prima riga della sua scacchiera, e Rudy traccia uno dei due simboli (sempre X e O) nella prima casella della sua scacchiera.

Siccome fa caldo e non abbiamo nessuna voglia di metterci a costruire schermi che impediscano la visuale o a spostare pesantissimi fogli di carta, entrambe le scacchiere sono pienamente visibili a entrambi i giocatori per tutto il tempo del gioco, che procede nello stesso modo: Doc traccia sei simboli come gli pare nella seconda riga della scacchiera e Rudy traccia un simbolo a sua scelta nella seconda casella della sua riga, e avanti così sino a fine scacchiera.

Siccome bel gioco dura poco, dopo sei turni entrambe le scacchiere sono piene, e si tratta di decidere chi ha vinto: se, tra le righe compilate da Doc, una è uguale alla riga compilata da Rudy, allora ha vinto Doc; se, al contrario, nessuna riga di Doc è uguale alla riga di Rudy, ha vinto Rudy. Chi vince, "passa alle finali" (nel senso che gioca contro Alice).

Questo per quanto riguarda il primo gioco: trattandosi di Rudy e Doc, che sanno contare fino a due (anche se con una certa difficoltà), "X" e "O" (o zero e uno) vanno benissimo, ma quando entra in campo Alice il gioco si fa più duro, e lo espandiamo agli interi (ma non sentitevi limitati da questa affermazione): siccome siamo sempre stati convinti che i determinanti, ancorché utili, siano di una noia pazzesca, giochiamo con quelli.

Viene approntata (vuota) una matrice 6×6 (rieccolo!), e Alice (che gioca per prima) scrive un numero a sua scelta in una posizione a sua scelta della matrice: poi tocca al vincitore del primo turno, che scrive (a questo punto, avrete indovinato) un numero a sua scelta in una posizione libera a sua scelta della suddetta matrice. E avanti in questo modo, sin quando la matrice è completa e comincia la parte divertente (e come no...).

A questo punto, si calcola il determinante della matrice ottenuta: se è diverso da zero, vince il primo giocatore: se è uguale a zero vince il secondo giocatore.

Avete una strategia per qualcuno?

Come dicevamo, se il "6" vi è antipatico, potete provare per qualche altro numero...

2.2 YoHoHo and a Bottle of Rhum!

Come vi abbiamo detto, Rudy ha superato in modo soddisfacente un paio di problemi a un paio di occhi (totale, quattro) e ne ha approfittato per lanciarsi in un cosplay piratesco che, per quanto riguarda gli effetti rilevabili da estranei, si è limitato a una benda sull'occhio[11] (a tenere ferma a medicazione) e al cambio della suoneria; a un livello meno visibile, ha fatto sì che si interessasse a problemi piuttosto pirateschi.

Tre pirati (...per qualsiasi valore di "tre", se preferite) si ritrovano a doversi spartire un bottino: essendo estremamente logici (se Gilbert e Sullivan, nei "Pirati di Penzance", hanno trasformato in pirati alcuni Lord, noi potremo trasformare in pirati alcuni Logici, no?) ma

[11] Ne approfittiamo per una nota di cultura generale: sapete perché i pirati portavano una benda su un occhio? No, non perché avevano perso l'occhio: semplicemente, abituavano un occhio al buio per vederci meglio sin da subito quando erano di vedetta notturna.

anche estremamente cattivi, decidono di applicare una serie di regole piuttosto stringenti alla spartizione del bottino:

Il Primo Pirata (sì, esiste una gerarchia: molto lasca nella realtà storica, ma qui ci serve stretta e ben definita) fa una proposta di spartizione.

Tutti i pirati votano questa proposta: in caso di parità, il proponente ha il voto decisivo (voterà a favore, si presume...).

Se la proposta vince (a maggioranza semplice), si procede alla spartizione senza spargimento di liquidi organici fondamentali e via verso nuove avventure.

Se la proposta perde, si prende il proponente e lo si trasforma in mangime per squali: il che gli darà alcune difficoltà a partecipare ai voti successivi.

Risolta questa amichevole diatriba (con indubbia soddisfazione degli squali) la proposta passa al più alto restante in gerarchia.

Essendo logici, lo scopo principale di ogni pirata è di restare vivo lui e, in seconda istanza, di avere la massima quantità di bottino. A voi stabilire come va a finire la cosa.

Tutti pronti, per il 19 settembre? *Aaarghhh!*

3. Bungee Jumpers

> *Abbiamo trovato un articolo di Martin Gardner del 1994 non pubblicato su Scientific American (e di cui non ci risulta traduzione italiana). Lo inseriamo nei Bungee Jumpers in quanto inizia con una serie di problemi che potreste essere interessati a risolvere, quindi le soluzioni (riducibili sostanzialmente ad alcune immagini) le teniamo separate. Ulteriori informazioni (e interessanti sviluppi) a Pagina46.*

Karl Scherer, un informatico di Auckland, recentemente ha posto sei problemi:

1. Dividete un quadrato in tre parti congruenti tra loro.
2. Dividete un quadrato in tre parti simili tra loro, solo due delle quali sono congruenti tra loro.
3. Dividete un quadrato in tre parti simili tra loro, nessuna delle quali congruente a un’altra.
4. Dividete un triangolo equilatero in tre parti congruenti tra loro.
5. Dividete un triangolo equilatero in tre parti simili tra loro, solo due delle quali sono congruenti tra loro.
6. Dividete un triangolo equilatero in tre parti simili tra loro, nessuna delle quali congruente a un’altra.

La soluzione, e molto altro, a “Pagina 46”

4. Soluzioni e Note

Agosto!

4.1 [305]

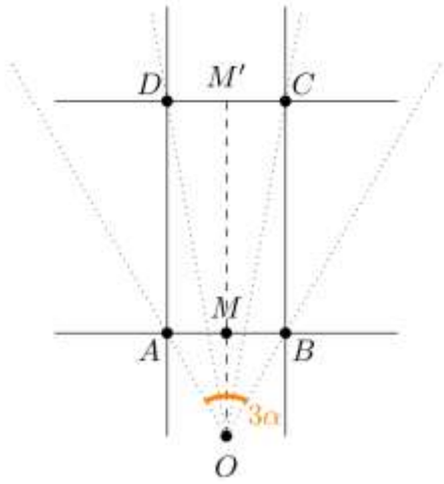
4.1.1 Oltre il giardino

Abbiamo ancora un contributo al secondo problema del mese scorso:

> *Il giardino è un rettangolo le cui dimensioni (espresse in metri) sono interi, e ai cui quattro vertici ci sono quattro alberi. Da un punto di vista P, il punto medio del lato più vicino dista un metro e gli alberi sembrano tutti sulla stessa linea e equispaziati. Quanto è grande il giardino? E se lasciamo cadere l’ipotesi che i lati siano degli interi e sapendo che il giardino è quadrato?*

Il mese scorso abbiamo pubblicato la soluzione di ***Valter***, ***trentatre*** e ***Galluto-Salvatore***. Abbiamo ancora ricevuto un contributo dal trio ***AAL***, che pubblichiamo ora:

Usiamo come riferimento la figura sotto. Dire che alberi consecutivi sembrano avere la stessa distanza significa che sono visti sempre secondo lo stesso angolo, che chiamiamo α.



Dal momento che *DM'*=*AM*, usando le regole della tangente per i triangoli rettangoli *OMA* e *OM'D* e chiamando $l = AD$, e dal momento che $OM = 1$, si ottiene la seguente uguaglianza.

$$DM' = AM \qquad \Longrightarrow \qquad \tan\frac{3\alpha}{2} = (1+l)\tan\frac{\alpha}{2}.$$

Sappiamo che il lato *AB*=2tan3α/2 per costruzione, la cui lunghezza è un intero *n*, per cui

$$\tan\frac{3\alpha}{2} = \frac{n}{2}.$$

Saputo questo, dalla precedente relazione di uguaglianza *DM'*=*AM,* si ottiene che di conseguenza anche tanα/2 deve essere semi-intero, per cui

$$\tan\frac{\alpha}{2} = \frac{m}{2}$$

per qualche *m*. Dal momento che l'angolo di visuale può andare da zero a 180 gradi, abbiamo per costruzione che

$$0 \leqslant \tan\frac{\alpha}{2} \leqslant \frac{1}{\sqrt{3}}$$

per cui siamo forzati a concludere che

$$\tan\frac{\alpha}{2} = \frac{1}{2} \qquad \Longrightarrow \qquad \tan\frac{3\alpha}{2} = \frac{11}{2}$$

da cui si ricava facilmente che

$$AB = 2\tan\frac{3\alpha}{2} = 11, \qquad AD = l = 10.$$

L'unicità è garantita dal fatto che ½ è l'unico semi-intero tra 0 e 1/√3.

Per il quadrato è possibile usare la stessa tecnica, ma lavorando un po' di più.

Dalla relazione *DM'*=*AM*, assumendo stavolta che *l*=*AD*=*AB*=2tan(3α/2) visto che siamo in un quadrato, si ottiene la relazione seguente.

$$\tan\frac{3\alpha}{2} = \left(1 + 2\tan\frac{3\alpha}{2}\right)\tan\frac{\alpha}{2} \qquad \Longrightarrow \qquad \tan\frac{3\alpha}{2}\left(1 - 2\tan\frac{\alpha}{2}\right) = \tan\frac{\alpha}{2}.$$

Ricordando la formula di triplicazione della tangente

$$\tan\frac{3\alpha}{2}=\frac{3\tan\frac{\alpha}{2}-\tan^3\frac{\alpha}{2}}{1-3\tan^2\frac{\alpha}{2}},$$

e usando la seguente notazione

$$t=\tan\frac{\alpha}{2},$$

possiamo semplificare la relazione precedente fino ad ottenere l'equazione

$$2t^3+2t^2-6t+2=0.$$

Delle tre soluzioni reali, l'unica accettabile (ricordiamo che $0 \leq t \leq 1/\sqrt{3}$) è data da $t=\sqrt{2}-1$, che permette di arrivare alla conclusione

$$AB=2\tan\frac{3\alpha}{2}=2(\sqrt{2}+1).$$

Bravissimi. Avanti, che abbiamo le soluzioni del 306.

4.2 [306]

4.2.1 Pronti per Natale?

I vostri Rudi preferiti hanno deciso di entrare nel *business* degli alberi di Natale:

> *Sappiamo è che venderemo da 0 a n alberi, con probabilità uniforme su tutti i valori; gli alberi invenduti non possono essere restituiti. Il fornitore ci ha garantito che ci venderà gli alberi a v euro l'uno, noi li rivenderemo a r euro. Quanti alberi dobbiamo comprare?*

Una prima soluzione con n=100, v=3 euro, r=4 euro era richiesta, ma siamo andati direttamente all'estensione. Ci sapete consigliare? Certamente sì. Per esempio ***Luigi***:

> Partendo dalla probabilità uniforme di vendere gli alberi da 0 a 100 unità indicherei con n il valore dei possibili casi (cioè 101) ciò alfine di semplificare i calcoli algebrici. Indicheremo poi con v e con r rispettivamente il costo di acquisto e di vendita degli alberi.
>
> Per un dato numero di alberi acquistati, che indicheremo con x (visto che dovremo scoprire quale sia il valore migliore) scriviamo la formula che ci indica il guadagno medio che otterremmo dalla vendita degli alberi. In realtà useremo due formule, una che raccoglie tutti i valori minori di x e un'altra per x.
>
> Per $i < x$ avremo: $\frac{1}{n}\sum_{i=0}^{x-1}(-vx+ri)=\frac{1}{n}(-vx^2+r(\sum_{i=0}^{x-1} i))=\frac{1}{2n}(-2vx^2+rx^2-rx)$
>
> Per $i = x$ avremo: $\frac{n-x}{n}\ (-vx+rx)=\frac{1}{n}\ (-vnx+rnx+vx^2-rx^2)$
>
> Sommando i due contributi avremo: $\frac{1}{2n}(-2vx^2+rx^2-rx)\ +\ \frac{1}{2n}\ (-2vnx+2rnx+2vx^2-2rx^2)=$
>
> $$f(x)=\frac{1}{2n}\ (-2vnx+2rnx-rx^2-rx)$$
>
> Questa è la formula che rappresenta il guadagno medio della vendita di alberi in funzione di x (alberi acquistati)
>
> Derivando questa funzione avremo:
>
> $$f'(x)=\frac{1}{2n}\ (-2vn+2rn-2rx-r) \qquad f''(x)=\frac{-2r}{2n}$$
>
> Uguagliando a zero $f'(x)$ troveremo (essendo la derivata seconda negativa) un punto di massimo:
>
> $$x=\frac{(2rn-2nv-r)}{2r} \quad (1)$$
>
> Con i dati a nostra disposizione (r=4, v=3, n=101) avremo:
>
> $$x=24{,}75$$

Si può verificare facilmente che 25 è la scelta migliore di qualche centesimo di euro rispetto a 24.

Per completezza il guadagno, dato dalla formula $f(x)$ sarà (in media) per x = 25 di euro 12,128

Trascurando r nella formula (1) abbiamo la più sintetica

$$x = n(\frac{r-v}{r})$$

che ci fa notare come la percentuale di alberi da comprare rispetto a quelli disponibili è praticamente pari alla percentuale di guadagno di una singola vendita.

Ci si è cimentato anche ***Heaviside***:

25 o 26.

Provo a spiegare meglio.

Innanzitutto faccio una piccola modifica: ipotizzo che gli alberi ORDINATI (e non quelli venduti) a Dicembre (a 4€, se disponibili) siano una variabile aleatoria uniforme tra 1 e N, che indico con n.

Quelli invece comprati (a 3€) dal grossista a Luglio sono un parametro, che indichiamo con k (anche esso intero tra 1 e N).

Possiamo allora scrivere il guadagno nel caso di k alberi pre-acquistati e di n alberi ordinati come

GUADAGNO(k, n)=4min(k,n)–3k.

Posso allora fare la media del guadagno in caso di k alberi pre-acquistati

GUADAGNOMEDIO(k)=1/N*k*(2–N–2k)

(qui sopra ho qualche dubbio, ho fatto i calcoli a mente sotto l'ombrellone).

Per decidere quanto alberi pre-ordinare, posso allora usare come metrica per il mio business plan la massimizzazione del guadagno medio (ma potrei anche decidere di aver un guadagno certo con k=1, o di evitare clienti insoddisfatti con k=100, o altro ancora). Con questa metrica, ponendo N=100, si vede che il massimo si ottiene per 25 o per 26 (e in generale attorno a N/4).

A parte aver girato il problema in un altro modo, siamo sempre sulla stessa strategia. Del resto anche ***Alberto R.***, grande fustigatore, ha voluto cambiare i simboli in uso:

Non mi sono piaciuti i simboli proposti per cui indico con

- R la futura Richiesta di alberi (R= 0 … 100 con prob uniforme)
- A il numero di alberi Acquistati presso il vivaio
- G il Guadagno sugli alberi rivenduti
- P la Perdita sull'invenduto
- B = G–P il Bilancio finale dell'operazione
- min(A,R) il più piccolo tra A ed R
- (A>R) la variabile booleana che vale 1 o 0 secondo la verità o meno dell'affermazione tra parentesi
- E lascio i numeri 3 e 4 ad indicare il prezzo di acquisto e di rivendita

Risulta

$$B = G - P = (4-3) \cdot \min(A,R) - 3 \cdot (A-R) \cdot (A>R)$$

Il valore medio di B in funzione solo di A al variare di R tra 0 e 100 si ottiene per sommatoria eseguibile su qualunque programma di calcolo che supporti le variabili booleane. Dopo di che si vede subito che Bmedio diventa massimo per A = 25

Peraltro 25 è il numero che avrei scelto se, per scommessa, mi avessero chiesto di tirare a indovinare, senza darmi il tempo di fare calcoli. Ciò in base al ragionamento garibaldino che se la perdita per un invenduto vale tre volte il guadagno per un venduto, occorre che il campo del rischio perdita (R tra 0 e 25) sia tre volte più piccolo del campo del guadagno (R tra 25 e 100).

L'istinto è una buona cosa. Anche ***Valter*** è tentato di cambiare i simboli, ma non lo fa:

> Mantengo le lettere assegnate alle variabili nel testo del problema:
>
> - "n" numero totale alberi
>
> - "v" prezzo vendita
>
> - "r" prezzo rivendita.
>
> Aggiungo la lettera "c" come valore del numero di alberi comperati. Per conoscere il guadagno massimo (medio) mi servo del seguente calcolo:
>
> - iniziando con $c = 0$ e a crescere calcolo quanto vale la formula: $[(n+1-c)/(n+1)](r-v) - [c/(n+1)]v$
>
> - individuo il primo valore di c per cui dà un valore negativo (sino ad quel punto il guadagno medio aumenta di tale valore)
>
> - adesso sottraggo uno a c e ha il numero di alberi da comprare (…prima di smettere, sempre mediamente, di guadagnarci di più).
>
> Nel caso dei valori presenti nel problema devo comprare 25 alberi (per ottenere, mediamente, come richiesto, il guadagno massimo).

La soluzione di ***Bluemonday*** non ve la passiamo perché ha un sacco di formule ed è in pdf o latex, non ce la possiamo fare in tempi brevi. Vi basti sapere che fa un bel conto generale e quindi la derivata, per massimizzare il tutto, ed arriva ad un risultato simile a ***Luigi***. Vi passiamo però ancora la versione di ***Galluto***:

> Da 0 ad n, abbiamo $n+1$ eventi equiprobabili; supponiamo che nei prossimi $n+1$ Natali gli eventi si presentino tutti, una volta ciascuno.
>
> Chiamando x il numero di alberi che compriamo ogni volta,
>
> - La spesa totale, per gli $n+1$ eventi, sarà $v\,x\,(n+1)$
> - Il ricavo totale sarà composto da due addendi:
>   - Per gli eventi in cui gli alberi venduti vanno da 0 a $x-1$ (e quindi, in totale, x eventi), $r\,(0 + x-1)\,x/2$
>   - Per gli eventi in cui gli alberi venduti vanno da x ad n (in totale $n + 1 - x$ eventi), $r\,x\,(n + 1 - x)$
>
> e quindi il guadagno totale sarà:
>
> $$G = r\,(x-1)\,x/2 + r\,x\,(n+1-x) - v\,x\,(n+1) = -r\,x^2/2 + x\,(r/2 + r\,n - v\,n - v)$$
>
> Faccio la derivata e la azzero:
>
> $$x = \frac{\frac{r}{2}+rn-vn-v}{r}$$
>
> nel caso proposto, con $n = 100$, $v = 3$ e $r = 4$, $x = 99/4 = 24{,}75$.
>
> se si potessero comprare 24,75 alberi, G sarebbe uguale ad 1.225,125 euro; visto che gli alberi vengono comprati e venduti interi, va verificato il risultato con $x = 24$ (G = 1.224) e 25 (G = 1.225) e quindi la soluzione è comprare ogni anno 25 alberi, con un guadagno medio, ogni Natale, di 1.225/101 = 12,129 euro.

Ci fermiamo qui e passiamo al secondo problema.

4.2.2 Promesso, è l'ultimo!

Ultimo problema di logica anche se a noi sembra di probabilità? Mai fidarsi del Capo…:

> *Alice e Doc sono in due stanze diverse, ognuno tira una monetina e deve indovinare il risultato ottenuto dall'altro giocatore, comunicandolo a Rudy. Se uno dei due dice il risultato corretto, allora entrambi ricevono una birra e si ricomincia; se nessuno dei due ci azzecca, Rudy si beve tutte le birre restanti lasciando a becco asciutto gli altri due. Qual è la miglior strategia per Alice e Piotr?*

Anche per questo problema il primo arrivato è ***Luigi***, che ci scrive:

> Se, mentre Rudy va a prendere le prime birre, Alice e Bob hanno comunque tempo di chiacchierare un po' una strategia vincente può essere elaborata.
>
> Partendo dalla constatazione che i lanci di Alice e Bob possono avere solo due esiti:
>
> - entrambe le monete mostrano la stessa faccia
> - le due monete mostrano facce diverse
>
> Basterebbe che si mettano d'accordo Alice nel prevedere per Bob lo stesso risultato della sua moneta mentre Bob al contrario prevede per Alice il risultato opposto a quello della sua moneta.
>
> Uno dei due avrà sicuramente fatto la previsione giusta.

A parte aver cambiato nome al mio compare, mi sembra che abbia trovato una soluzione senza probabilità, che lo rende già molto simpatico. Il nostro ***.mau.*** era di corsa, ed ha scritto molto velocemente:

> (…) fossi in voi direi "l'altro ha fatto testa". Avete il 75% di probabilità di bervi la birra.

Il fustigatore massimo ***Alberto R.*** sembra essere d'accordo con lui:

> Come fa Rudy a sapere il risultato dei due lanci? Si reca nella stanza di Doc e assiste al suo lancio, poi fa la stessa cosa nella stanza di Alice? In tal caso i due lanciatori riceveranno la loro birra con probabilità 3/4 e non c'è modo di migliorare questa situazione. Oppure Rudy accetta quello che ciascuno dei due, che può impunemente mentire, dichiara essere il risultato del suo lancio? In tal caso i due, con perdonabile disonestà, vincono sempre semplicemente accordandosi preventivamente su una prestabilita sequenza di Testa/Croce
>
> Insomma, mi sbaglierò, ma questa volta il problema mi sembra decisamente indeterminato, o meglio: banalmente impossibile in un caso e banalmente facile nell'altro.

Ecco, questa versione del gatto di Schrödinger che bara non l'avevo considerata. Però questa volta esiste un'alternativa, che è quella di ***Luigi***, che ***Bluemonday*** ha trasformato in simboli:

> (…) i due possono vincere all'infinito e bere birra per sempre. La strategia è che uno dei due propone la negazione della moneta da lui tirata, mentre l'altro propone esattamente il valore della moneta da lui tirata.
>
> Se pensiamo a testa o croce come a un valore in binario (T=0, C=1), il fatto che la strategia di cui sopra sia vincente è conseguenza del fatto che, chiamati A e B i valori delle monete tirati rispettivamente dal primo e dal secondo giocatore, si ha che la proposizione (~A = B) v (A = B) è una tautologia (ossia sempre vera) per qualsiasi valore di A e B, come è facile verificare.

Ma ormai è chiaro, è più facile per i nostri lettori immaginare che qualcuno bari, nei nostri problemi. Come per esempio scrive ***Galluto***:

> Boh? Non ho molte idee.
>
> Dando per scontato che il gioco sia onesto e che quindi Alice e Doc non possano "aggiustare" il risultato del lancio, o ancora più banalmente non abbiamo modo di comunicare fra loro, Alice e Doc hanno il 75% di probabilità di bersi una birra, e Rudy il 25% di bersene due; su quattro partite, Alice e Doc si bevono 3 birre ciascuno e Rudy 2; a meno che riescano a comunicare tramite Rudy, che però si comporterebbe in modo autolesionistico.
>
> Rudy va prima da uno dei due (diciamo che va da Alice) e si fa dire il risultato del lancio e l'ipotesi su quello di Doc, e poi va dal secondo (Doc)
>
> 1. Alice ipotizza la stessa cosa che ha lanciato lei (diciamo Testa); quando Rudy va da Doc, Doc gli chiede se Alice ci ha azzeccato e se Rudy accetta di rispondere (autolesionisticamente),

a. Se Doc ha lanciato Testa, la risposta è affermativa, quindi Alice e Doc hanno già vinto, ma Doc potrebbe a sua volta ipotizzare Testa azzeccandoci
b. Se Doc ha lanciato Croce, la risposta è negativa, ma ora Doc sa che Alice ha lanciato Testa

Oppure…

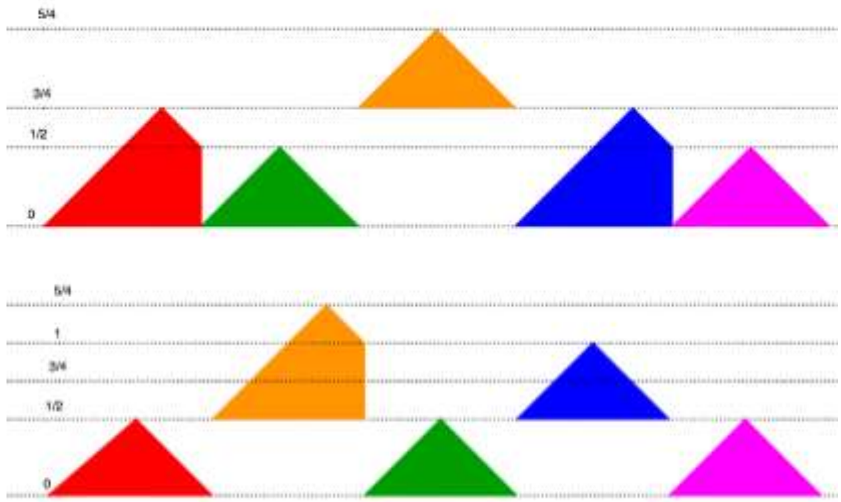
2. Alice ipotizza "la stessa cosa che dirà Doc" e Doc ipotizza quello che ha tirato lui

E anche qui, i gatti e i redattori sono tutti vivi, per fortuna. Andiamo avanti ancora un po'.

4.2.3 Numeri (per ora) senza nome

Ve ne siete accorti, che il Capo faceva un sacco di domande nel PM del mese scorso? No, non le riportiamo qui, se volete, andate a leggervi il PM306, e fate contento il Capo. ***Valter*** se ne è accorto, e gli diamo la parola.

Io farei così:



I poligoni colorati sono le 5 candele e rappresentano come si consumano dai due lati. Le linee punteggiate rappresentano i momenti in cui iniziano e terminano di bruciare.

Due commenti.

Non si potevano risparmiare delle candele in questo modo?:

- nel primo dei due casi con la candela verde si ha il momento di accendere la rossa a destra (…e poi, con la rossa, quando esaurisce, quando accendere l'arancione a sinistra e destra)
- nel secondo con la rossa quando accendere l'arancione sinistra e la blu a sinistra e destra (…e poi, e con la blu, quando essa si esaurisce, quando accendere l'arancione alla destra).

Sull'asse delle ascisse, con lunghezza uno ho impostato le lunghezze delle cinque candele.

Sull'asse delle ordinate, con lunghezza uno, l'unità di tempo che impiegano a consumarsi.

Così, con inclinazione di 45° gradi ottengo nel tempo come consumano a destra/sinistra.

In questo modo si possono rappresentare candele di lunghezza e tempi in cui bruciano diversi (ovviamente così l'inclinazione in cui consumano i diversi tipi di candele risulterebbe variabile).

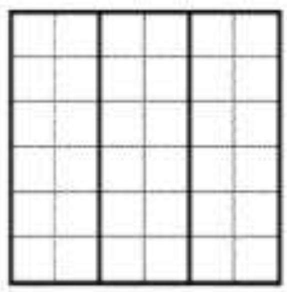
Sì, il Capo è già contento così, ma un dibattito lo farebbe ancora più felice. Ci fermiamo e vediamo se riusciamo a impostare un RM di agosto quasi inaspettato. Alla prossima!

5. Quick & Dirty

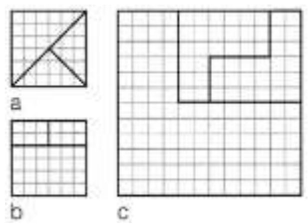
Una lista di interi positivi ha la mediana paria a 8, la moda pari a 9 e la media (aritmetica) pari a 10. Quanti numeri ci sono *almeno* nella lista?

6. Pagina 46

Continuiamo qui la traduzione della parte restante dell'articolo di Martin Gardner. Lasciamo invariate le domande poste da MG durante la soluzione, non ci risultano ulteriori sviluppi: se qualcuno di voi riesce a reperire altre informazioni (o a dimostrare/smentire le congetture), saremo felici di pubblicarle.

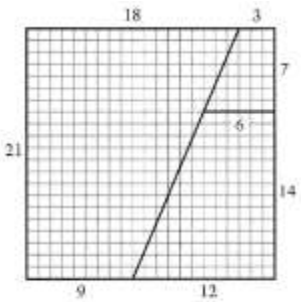

6 *Primo problema.*

La soluzione del **primo problema**: *Dividete un quadrato in tre parti congruenti tra loro* è ovvia (si veda la figura a fianco). È sicuramente unica, anche se non ne conosco dimostrazione. Ian Stewart e A. Womstein hanno dimostrato (*Journal of Combinatorial Theory*, Serie A, Vol. 61, Settembre 1992, pagg. 130-36) che nessun rettangolo può essere diviso in tre *polimini* congruenti a meno che questi siano rettangoli.



7 *Secondo problema.*

Nella figura a fianco sono date tre soluzioni del **secondo problema**: *Dividete un quadrato in tre parti simili tra loro, solo due delle quali sono congruenti tra loro.*



8 *Terzo problema.*

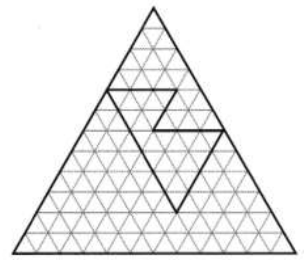
Il **terzo problema**: *Dividete un quadrato in tre parti simili tra loro, nessuna delle quali congruente a un'altra* è decisamente più complesso: Scherer ha trovato lo schema che viene mostrato nella figura qui sotto.

La soluzione non è unica, in quanto la linea inclinata può assumere infinite posizioni; quella indicata in figura è, probabilmente, quella nella quale i segmenti hanno le misure intere più piccole possibili.

Il matematico Robert Wrainwright di Plainview, New Jersey, ha fatto notare che se si rende verticale la linea inclinata si ottiene la figura *b* del secondo problema.

Il **quarto problema**: *Dividete un triangolo equilatero in tre parti congruenti tra loro* ha una soluzione di base molto semplice: dal centro del triangolo, tracciate tre trisettrici dell'angolo giro nel centro verso i lati: queste dividono il triangolo in tre parti uguali.

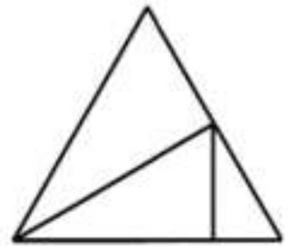
Le soluzioni derivabili da questa sono infinite in quanto le tre linee tracciate possono essere convolute (Nota del Traduttore: *"twiggly"*) quanto volete, ma non devono intersecarsi e devono restare uguali tra loro.



9 *Quinto problema.*

Scherer ha trovato un'interessante soluzione al **quinto problema**: *Dividete un triangolo equilatero in tre parti simili tra loro, solo due delle quali sono congruenti tra loro.* Mostrata nella figura a fianco.

Si ritiene che sia unica, ma la cosa non è dimostrata. È interessante notare la sua similitudine con la soluzione *c* del secondo problema.

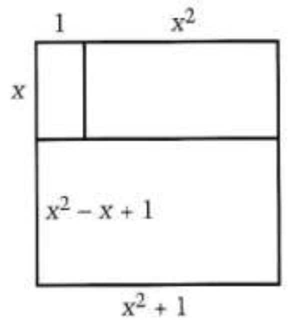


10 *Sesto problema.*

Il **sesto problema**: *Dividete un triangolo equilatero in tre parti simili tra loro, nessuna delle quali congruente a un'altra.* Ha la soluzione mostrata in figura qui a fianco.

Si ritiene questa sia unica, ma non sono note dimostrazioni in merito.

Il mio (*di Martin Gardner*) solo contributo a questi sei problemi è stata la riscoperta di una seconda soluzione al terzo problema; mi è stato comunicato in seguito da Scherer che la soluzione era già nota da tempo.



11 *Quanto vale x?*

Qual è il valore di x, supponendo che il lato più piccolo del rettangolo più piccolo (in alto a sinistra nella figura qui sotto) sia pari a 1?

Pensavo questa fosse una domanda piuttosto semplice alla quale rispondere: se x fosse stato un numero irrazionale, sarebbe stato sicuramente un numero riconoscibile, come 1.732... (la radice quadrata di 3) o 1.618... (la sezione aurea), o qualche altro irrazionale ben conosciuto.

Con mio stupore, x si è rivelato essere un irrazionale che non avevo mai incontrato prima.

L'equazione cubica che lega tra di loro i rapporti tra i lati del rettangolo più piccolo con i lati del rettangolo simile più grande è:

$$\frac{1}{x}=\frac{x^2-x+1}{x^2+1},$$
$$x^3-2x^2+x-1=0,$$
$$(x^2-x)(x-1)=1.$$

L'espansione decimale di x è 1.75487766624669276... Come ha fatto notare Wainwright, il numero è strettamente legato alla sezione aurea φ: Come il reciproco di φ vale $\varphi-1$, il reciproco di x vale $(x-1)^2$. Alte uguaglianze notevoli sono:

$$\frac{1}{x^2}=\sqrt{x}-1; \qquad \sqrt{x}=\frac{1}{x-1}$$

Ho proposto di chiamare questo numero "phi-alto" (Nota del Traduttore: *high-phi*): Donald Knuth, della Stanford University, ha suggerito di indicarlo con il simbolo Φ, che è una phi con il cerchio superiore chiuso e rialzato (Nota del Traduttore: abbiamo utilizzato il simbolo phi maiuscolo, in quanto è il più simile nel set di caratteri). In una comunicazione personale, Knuth ha sottolineato quanto la modifica di una delle frazioni che esprimono Φ ricordi la frazione continua che esprime φ: quest'ultima è il limite di:

$$1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cdots}}}$$

Aggiungendo un segno di radice quadrata otteniamo la frazione continua modificata che esprime Φ:

$$1+\cfrac{1}{\sqrt{1+\cfrac{1}{\sqrt{1+\cfrac{1}{\sqrt{1+\cdots}}}}}}$$

Knuth fa notare che la serie converge più rapidamente di quella che esprime φ, fornendo alternativamente valori minori e maggiori del valore vero: 1, 2, 1.71, 1.765, 1.753, 1.7554, ...

Knuth ha anche richiamato la mia attenzione sull'eguaglianza notevole:

$$1+\frac{1}{\Phi-1}=\Phi+\frac{1}{\Phi}$$

Karl Scherer ha fatto notare che i tre rettangoli nella figura hanno aree rispettivamente x, x^3 e x^4 e, se il quadrato originale ha lato 1, le tre aree sono pari a $1/x$, $1/x^3$ e $1/x^4$; questo mostra che:

$$1=\frac{1}{x}+\frac{1}{x^3}+\frac{1}{x^4}$$

e che il rapporto tra il rettangolo più grande con il resto del quadrato è pari alla radice quadrata di Φ.

Scherer suggerisce i termini φ_2, φ_3, e avanti in questo modo per i termini soluzione della serie di equazioni:

$$\frac{1}{x}=\frac{1}{(x-1)^n}$$

Inoltre, congettura che la somma della serie infinita dei reciproci di φ_2, φ_3, ... sia pari a 1, ossia (Nota del Traduttore: la frase è la traduzione fedele dell'originale. A me non torna...):

$$1=\sum_{n=0}^{\infty}{\Phi_n}^{-2^n}$$

Sarei felice di sentire ulteriori sviluppi da parte vostra di questi semplici sei problemi e degli sviluppi ad essi correlati.

E, evidentemente, lo saremmo anche noi...

7. Paraphernalia Mathematica

Una cosa breve, questa volta, che vi abbiamo già dato un BJ che è anche un PM e un problema (anzi, alcuni). Ma a uno di noi (Rudy) non è mai entrata in testa, fino a quando...

7.1 Tassellature algebriche

Come ogni studente (tranne Rudy, quando lo era) ha sempre saputo, per valori di q minori di 1, la serie geometrica:

$$1 + q + q^2 + q^3 + \cdots$$

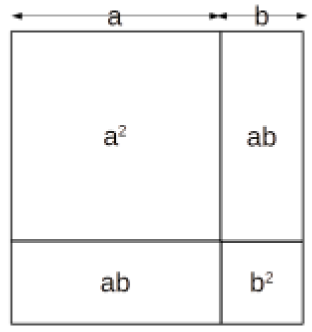
converge al valore:

$$\frac{1}{1-q}.$$

Esiste almeno una dimostrazione *analitica* di questa convergenza ma, come direbbe Erdős, a noi non sembra proprio una dimostrazione che "viene dal Libro".

Siamo a lungo convissuti con questa grave lacuna sin quando, un giorno, ci è stata messa davanti una cosa che, anche se non esattamente definibile come "dimostrazione", quantomeno giustifica l'espressione. E permette anche alcune generalizzazioni.

Ci limitiamo al caso nel quale q=1/n, con n numero naturale; l'idea è di utilizzare il metodo della *tassellatura algebrica*, che ci ha permesso (nell'infanzia matematica) di dimostrare che $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$, e che sicuramente conoscete: nel caso, trovate un rapido riepilogo senza parole nella figura a fianco.



12 *Lo sapevate di sicuro.*

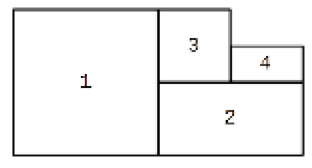
Cominciamo con calma, esaminando per prima cosa il caso n=2: quindi, l'obiettivo è trovare la convergenza della somma:

$$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \cdots$$

Usando un metodo simile a quello visto sopra.

Partiamo da un *quadrato* di area 1, che è il primo termine della nostra somma infinita. A questo aggiungiamo un *rettangolo* di base 1 e di altezza 1/2; questo rettangolo avrà area 1/2, che è il secondo termine della nostra serie.

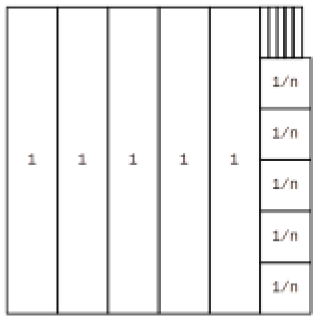
E avanti in questo modo: nello "spazio che avanza" posso inserire un *quadrato* di lato 1/2, che avrà quindi area 1/4, pari al terzo termine della nostra serie. Nella figura a fianco, abbiamo indicato in ogni quadrato/rettangolo l'ordine di inserzione. E avanti così, alternando quadrati (inserzioni di ordine dispari) e rettangoli (inserzione di ordine pari). Alla fine, avrete costruito un rettangolo di altezza 1 e base 2 mancante di una zona in alto a destra, che tende a zero; quindi, la nostra serie tende a 2. "Bene, passiamo agli altri n?" Prima dobbiamo dirvi una cosa: abbiamo barato.



13 *No, niente Fibonacci.*

Anche se non lo abbiamo detto nella nostra dimostrazione, sapevamo benissimo che saremmo arrivati al valore 2; quindi, abbiamo fatto in modo che la base del nostro "futuro rettangolo fosse pari a 1+1=2, mentre l'altezza restava pari a 1. Diciamo che è necessario avere una vaga idea di dove andremo a parare, almeno le prime volte.

Bene, adesso proviamo con un n un po' più generico.



14 *Adesso sono un po' troppi...*

Qui di fianco vedete lo stesso processo applicato per un n generico[12]; abbiamo preso un rettangolo di area n e lo abbiamo diviso (orizzontalmente) in n parti di area unitaria; una di queste parti l'abbiamo divisa (verticalmente) in n parti di area $1/n$; una di queste, poi, l'abbiamo divisa in n parti di area $1/n^2$, e avanti in questo modo.

In pratica, alla fine vi ritrovate n–1 rettangoli di area 1, n–1 rettangoli (ignorate il fatto che siano quadrati: al momento non ci interessa) di area $1/n$, n–1 rettangoli di area $1/n^2$... e avanti così.

Ricordando che l'area totale del nostro aggeggio originale (...quadrato anche lui, ma non importa) è n, avremo che:

$$n = (n-1)\left(1 + \frac{1}{n} + \frac{1}{n^2} + \cdots\right)$$

e quindi risulta:

$$1 + \frac{1}{n} + \frac{1}{n^2} + \cdots = \frac{n}{n-1} = \frac{1}{1-\frac{1}{n}}$$

et voilà. Riconoscerete qui la formula che ci aveva fatto dannare all'inizio.

Adesso, vi diamo un compitino (anzi, due: vi fate anche il disegno).

Il metodo, oltre che per p=1/n, vale per qualsiasi valore razionale di p; infatti, se n>m:

1. prendete un rettangolo di area n.
2. Lo dividete in n rettangoli.
3. Di questi, m li dividete in n rettangoli.

E avanti in questo modo, con lo stesso metodo visto sopra dovreste ottenere facilmente il valore di convergenza della serie:

$$1 + \frac{m}{n} + \left(\frac{m}{n}\right)^2 + \left(\frac{m}{n}\right)^3 + \cdots$$

L'ultimo? Va bene, l'ultimo. Attenzione ai numeri scritti in lettere, che sono importanti.

Prendete il solito rettangolo 1×2, e per prima cosa dividetelo nelle solite due parti: una di queste, dividetela in *due* rettangoli, ciascuno dei quali avrà area 1/2; uno di questi, dividetelo in tre rettangoli; ciascuno di questi avrà area (1/2)/3=1/6. Uno di questi lo dividete in quattro rettangoli, ognuno di area (1/6)/4=1/24, e avanti in questo modo. Morale della favola, visto che l'area totale è 2:

$$1 + \frac{1}{2!} + \frac{2}{3!} + \frac{3}{4!} + \cdots = 2$$

...e anche 'sta brutta bestia a questo punto ci sembra quasi carina.

Se vi vengono in mente alte serie balorde che si possano calcolare con questo metodo, fateci sapere: pubblicheremo sicuramente (ma il disegno lo fate voi...).

Rudy d'Alembert
Alice Riddle
Piotr R. Silverbrahms

[12] Secondo la psicologia della percezione, gli esseri umani sono in grado di recepire la presenza di 4±1 oggetti senza doverli contare; quindi "6" è un valore ragionevolmente generico.