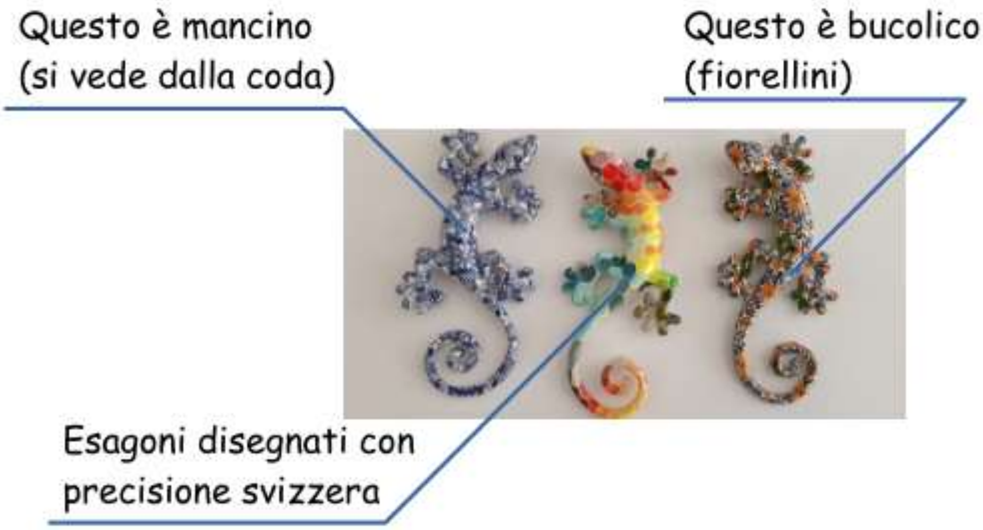
Rudi Mathematici

Rivista fondata nell'altro millennio

Numero 308 – Settembre 2024 – Anno Ventiseiesimo



Hanc Marginis Exiguitas Non Caperet

Rudi Mathematici

Rivista fondata nell'altro millennio da
Rudy d'Alembert (A.d.S., G.C., B.S)

rudy.dalembert@rudimathematici.com

Piotr Rezierovic Silverbrahms (Doc)

piotr.silverbrahms@rudimathematici.com

Alice Riddle (Treccia)

alice.riddle@rudimathematici.com

www.rudimathematici.com

RM308 ha diffuso 3'387 copie.

Le cose importanti per la vita, l'universo e tutto quanto (come, ad esempio, la scoperta di un bosone importante o il cambio del logo) si scrivono in Comic Sans.

1. Testi (e redattori) inflessibili

Lo sappiamo bene: già un paio di numeri fa (precisamente in RM306) abbiamo messo un gran rettangolo di parole scritte in corsivo a mo' di presentazione dell'articolo che poi sarebbe seguito. Di solito lo facciamo quando l'articolo in questione non è un "compleanno" propriamente detto, ma qualcosa di diverso; i più ricorderanno, infatti, che il numero di luglio si apriva con un bel pezzo di ***GaS*** *che raccontava l'universo dei Campionati di giochi un po' strani, come il Sudoku, Shikaku, il Numberlink e molti altri. Il fatto che il citato rettangolone introduttivo in corsivo sia presente anche in questo numero potrebbe farvi pensare che anche stavolta abbiamo ceduto la penna a qualche amico per evitarci la fatica di scrivere un compleanno. Beh, la cattiva notizia è che no, l'articolo che segue lo abbiamo scritto noi, di nostro pugno. La buona notizia è invece che sì, abbiamo intenzione di rifarlo, e siamo già in attesa di un altro articolo di apertura che parli di cose serie, e non solo delle nostre farneticazioni. Ma stavolta no; la cosa è ancora un po' diversa. Certo, la ragione di fondo è sempre la solita, e si ripete da più di un paio di numeri: siamo un po' indaffarati, e il compilatore ufficiale dei compleanni frigna di non riuscire a mettere insieme il tempo necessario, e i suoi due compari frignano che anche loro hanno il loro bel daffare, e così… così ci arrampichiamo un po' sugli specchi.*

1 *Archimede*

Poi, c'è anche quell'altra cosa, che i lettori più attenti ricorderanno, ma forse altri no: oltre che su Le Scienze, scriviamo anche su Archimede, storica rivista italiana di matematica. Quindi, nei mesi multipli di tre dobbiamo sfornare anche un pezzo per l'augusta rivista ("augusta" non è un'esagerazione: è la decana delle riviste italiane di matematica) e, guarda un po', Settembre è un mese multiplo di tre[1]*, oltre che il più pieno delle famose cose da fare. Insomma, avete capito, no? C'è un po' troppa carne al fuoco, e scrivere un pezzo per Archimede e un compleanno, di questi tempi, è davvero improponibile. Però ci è venuto in mente che, in fondo, un pezzo di Archimede potrebbe quasi essere spacciato per una specie di compleanno, e allora chissà se… beh, è finita che abbiamo chiesto al direttore di Archimede, Roberto Natalini, se potevamo lanciarci in una specie di auto-plagio, insomma prendere uno dei nostri pezzi pubblicati su Archimede e ripubblicarlo sulla nostra amata e-zine. Lui ha detto di sì, e insomma ecco quello che vi aspetta. Non è un vero compleanno, ovviamente, ma noi stiamo scrivendo questa introduzione proprio nel giorno del 166° compleanno di Giuseppe Peano. Lo prendiamo come una sorta di placet dagli dèi della matematica.*

[1] Giusto per inciso: se vi chiedeste mai perché un mese che ha il SETTE nel nome sia un multiplo di tre, potremmo consigliarvi la lettura di un libretto che uscirà in edicola proprio a settembre, e precisamente giovedì 12. Si intitola "*La Matematica del Calendario*", è il 31° volumetto della collana in 40 volumi "*Matematica*" che esce insieme a "*La Gazzetta dello Sport*" e a "*Il Corriere della Sera*". Il direttore della collana è Maurizio Codogno, e della collana abbiamo parlato un po' nel compleanno di Whitehead, "Grandi Opere di Matematica", RM301, febbraio 2024. Dimenticavamo: sì, lo abbiamo scritto noi. E anche il 35° che uscirà a il 10 Ottobre, intitolato "I Giochi Combinatori".

1 2024 Archimede
RUBRICA

ARCHILUDICA
Testi (e redattori) inflessibili
dei Rudi Mat(h)ematici

C'è una figura narrativa, ormai quasi assunta a vera forma retorica, che esalta il viaggiare attraverso i libri. La si trova un po' dappertutto, dalle recensioni dei romanzi alle agenzie di viaggi, e soprattutto nelle esortazioni che fanno gli insegnanti, quando si avvicina la fine dell'anno scolastico, agli studenti che non hanno in programma esaltanti vacanze in Paesi lontani. È un invito bello e giusto, e non vogliamo certo criticar-

2 *Sempre Archimede*

C'è una figura narrativa, ormai quasi assunta a vera forma retorica, che esalta il viaggiare attraverso i libri. La si trova un po' dappertutto, dalle recensioni dei romanzi alle agenzie di viaggi, e soprattutto nelle esortazioni che fanno gli insegnanti, quando si avvicina la fine dell'anno scolastico, agli studenti che non hanno in programma esaltanti vacanze in paesi lontani. È un invito bello e giusto, e non vogliamo certo criticarlo: soltanto ci pare curioso che si rammenti così spesso "il viaggio nel libro" e si passi sotto silenzio "il viaggio nella libreria", che può rivelarsi non meno denso di sorprese.

Occorre chiarire subito che in questo caso per "libreria" non si intende il benemerito negozio dove si possono ottenere libri in cambio di vile denaro, e neppure quella ancora più benemerita istituzione che è la biblioteca pubblica, ma solo la libreria personale e privata; insomma il posto dove riposano i libri di casa. Certo, affinché il viaggio nella libreria sia davvero magico e sorprendente è necessario che la libreria in questione sia composta da un congruo numero di scaffalature, in qualsivoglia modo realizzate: mobili componibili, assi da cantiere fissate ai muri con trapano e tasselli, vetrinette barocche, cassette della frutta sistemate in verticale; insomma da un qualsiasi vasto insieme di sostegni atto a contenere un ancor più ampio numero di volumi. Per il viaggio in libreria l'ideale romanzesco sarebbe quello di trovare in soffitta un'intera biblioteca piena zeppa di vecchi volumi, tutti rilegati all'antica e polverosissimi; ma non è affatto necessario tanto ben di dio: ogni biblioteca casalinga che si rispetti può garantire avventure nuove se contiene i libri raccolti durante tutta una vita. Questo perché una popolosa libreria privata è un diario personale, prima ancora che una raccolta di testi.

Basta essere assaliti, una volta ogni paio di lustri, da quel pericolosissimo morbo che induce alle tragiche operazioni di "pulizia profonda e riordinamento": operazioni che con le librerie non vengono mai portate realmente a termine, ma si esauriscono sempre molto prima a causa dello sfinimento o per accidenti muscoloscheletrici. Nel frattempo, finché il tentativo è andato avanti, si sono incontrati ciuffi di polvere, libri doppi, rilegature rovinate, brossure scollate, pagine incollate, ripiani tarlati e cento altre meraviglie; soprattutto se si abita in campagna, nel qual caso non mancheranno residui di nidi di ragno simili a piccoli nuraghi, angoli diedri usati come nascondigli di cimici e coccinelle, e altre cose più o meno raccapriccianti che non è il caso di descrivere per non turbare i sonni di chi abita in lindi appartamenti urbani.

Ma anche i riordini parziali rivelano sopprese: ogni libro è arrivato in uno scaffale per una sua propria ragione netta e specifica: l'acquisto legato a una passione ormai dimenticata, il regalo più o meno desiderato, la testarda volontà di non interrompere una collana iniziata da anni, e soprattutto il desiderio di procacciare con largo anticipo quel che servirà poi, in un futuro ancora lontanissimo, a riempire l'abbondanza di tempo vuoto che arriverà con la pensione. Poi la pensione arriva davvero, il tempo vuoto si rivela tutt'altro che vuoto, e i molti libri in paziente attesa restano comunque lì, fermi, sempre in paziente attesa. Ma l'esplorazione resta avventurosa, ed è davvero come sfogliare un diario: quando è arrivato questo libretto qua? Dove ho comprato questo tomo illeggibile? E così via, di scaffale in scaffale, di ripiano in ripiano, di libro in libro. E tutti raccontano una storia, a prescindere dal loro contenuto; e tutti promettono – e quasi tutti sono in grado di mantenere – quella promessa del "viaggio nel libro" così spesso decantata.

Poi, è ovvio: così come leggendo un vecchio diario si incontrano pagine del tutto incomprensibili per le quali non c'è sforzo di memoria che sia in grado di illuminarne il significato, così lo scaffale più alto e dimenticato può restituire un volume di cui non si ricorda assolutamente niente; non solo il contenuto (figuriamoci… sono decine e decine i libri arrivati sugli scaffali di casa e mai neppure sfogliati) ma anche solo l'origine, la provenienza, insomma una minima idea su come abbia fatto quel tomo a trovare posto nella sacra libreria. Questo, ad esempio: un 17x24 dalla rilegatura consumata, rigida, neroverde, quasi elegante, se non fosse davvero vecchiotta e non troppo ben conservata.

Un attimo, però: tendiamo sempre a dimenticare che l'obbligo formale e istituzionale di questa rubrica è quello di porre quesiti di matematica ricreativa, anche se il diletto nascosto dei titolari della rubrica medesima è quella di aggirare il mandato *de facto* pur mantenendolo, per quanto possibile, *de iure*. Riuscire nell'intento non è poi così difficile, grazie all'aleatorietà di quell'aggettivo cruciale, "ricreativa" che è vasto come una galassia e permeabile come l'etere di ottocentesca memoria. Questa volta, ad esempio, ci prendiamo il lusso di interrompere il "viaggio nella libreria" e ci togliamo subito il dente proponendovi domande relative al breve testo incorniciato che trovate qua sotto: come si vedrà, nello scritto la matematica la fa da padrona, e quindi con il sostantivo "matematica" siamo a posto. Per quanto riguarda l'aggettivo "ricreativa", beh… ci sarà pure qualcuno, tra chi legge, che trova divertente spulciare testi non proprio contemporanei.

> *Leonardo Fibonacci in «Practica Geometriae» dice:*
>
> *"Si secundum pisanum modum (circulum) mensurare desideras, dyametrum in se multiplica; et quod provenerit divide per 7, et habebis panora embadj ipsius circulj".*
>
> *Hic regula significa quod* $\pi = \frac{22}{7}$*, ut me nunc demonstra. Si enim mensura de diametro de circulum in pertica, es 2r, quadrato de diametro es* r^2*, qui, diviso per 7, me dice es mensura de superficie de circulo, expresso per panoro. Oporte enim nos sci panoro contine pertica 5½: si igitur 2r es mensura de diametro in pertica, iuxta regula de Leonardo, nos habe superficie de circulo aequale ad panoro* $\frac{4r^2}{7}$*: si nunc hic mensura nos vole reduce in pertica, oporte multiplica* $\frac{4r^2}{7}$ *per 5½, id es*
>
> *Sup. de circulo* $= \frac{4r^2}{7} X\, 5\ \frac{1}{2} = \frac{4r^2}{7} \bullet \frac{11}{2} = 4r^2 \bullet \frac{11}{14}$.
>
> *Sed* $\frac{11}{14}$ *es aequale* $\frac{22}{7} : 4 = \frac{\pi}{4}$*: igitur* $S{=}\pi r^2$*, ubi r es mensura de medietate de diametro, expresso in pertica, id es in ipse mensura, in qui nos mensura diametros.*

A dire il vero, in questo testo di quesiti da proporre e risolvere se ne trovano facilmente ben più di uno: ci limiteremo a un piccolo elenco.

1. Nel testo c'è un errore: quale? Precisiamo che l'errore si trova già nel testo originale, e che si tratta di un errore matematico, non linguistico. In verità, più che di un errore si tratta di un banale refuso, un typo, insomma un errore di stampa. Trovarlo è abbastanza facile.
2. Come si capisce dalla prima riga, le parole racchiuse tra virgolette delle due righe successive sono di Leonardo da Pisa, detto Fibonacci, che parla nel suo latino duecentesco. A parte questa citazione nella citazione, il resto del testo racchiuso nel riquadro non è scritto dal celebre pisano, ma da un altro autore. Di chi si tratta?
3. La seconda domanda non è difficilissima, specialmente se chi legge è attratto dalle stramberie dei grandi matematici; di certo, chi riesce a rispondere alla seconda domanda troverà questa terza facilissima: in quale lingua è scritto il testo incorniciato?

Se qualche eroico lettore vuole cimentarsi nell'impresa di rispondere a queste domande, sappia che valgono le solite regole: le risposte saranno date nel resto di quest'articolo, senza particolari avvertimenti o artifici tipografici per evitare spoiler accidentali. Potrebbe insomma essere questo il momento migliore per interrompere la lettura e provare a trovare le risposte.

Tolto il dente, possiamo tornare al libro ritrovato, quello di 17×24 centimetri (e 2 centimetri di spessore, per i fanatici della tridimensionalità). Il dorso di cartoncino marrone è quasi del tutto staccato ma rivela ancora, con tenui lettere maiuscole color oro, il cognome dell'autore (*Lazzeri*), una specie di titolo ("*Matematica*") e, più in basso, un misterioso "*XIX*". Niente da fare, per provare a ricordarne la provenienza bisogna proprio aprirlo.

La prima pagina, impressa in quello che sembra essere un font Bodoni, chiarisce meglio i pochi indizi riportati sul dorso: "*Periodico di Matematica*" recita in caratteri grandi e tutti maiuscoli, e poco sotto prosegue, in dimensione assai più piccola "*per l'Insegnamento Secondario*" e poi ancora – ma in font davvero minuscolo – "*fondato da D. Besso, continuato da A. Lugli e attualmente diretto dal Prof. G. Lazzeri*". È particolarmente intrigante quell'avverbio "attualmente", perché l'ultima riga della pagina di frontespizio termina con la scritta "*Livorno – Tipografia di Raffaello Giusti – 1904*", cosa che garantisce al lettore contemporaneo di dover applicare un compìto rispetto all'oggetto tenuto in mano, essendo esso ormai un vetusto centoventenne.

Subito dopo l'affascinante frontespizio, il volume scatena l'inferno proponendo senza altri preavvisi tutto il suo indice: e già basterebbero le due pagine che lo compongono a intrattenere per una giornata intera. Il volume consta di 293 o 296 pagine, a seconda di cosa si ritenga più affidabile tra i numeri stampati in alto o la trita successione dei naturali: in effetti, l'ultima pagina marchiata da inchiostro riporta le cifre 293, ma è fatto incontrovertibile che le due pagine precedenti siano segnate come 294 e 295, e che siano a loro volta precedute da un'altra 293. Frullando gli angoli delle pagine come fanno gli studenti svogliati quando sono spaventati dallo spessore dei libri di testo, gli altri numeri di pagina che si mostrano come fotogrammi di un cartone animato sembrano quasi tutti ben ordinati, con l'eccezione del 92 che, perdendo la seconda cifra, mostra un timido e solingo 9 minacciato dai vicini 91 e 93. Erano davvero altri tempi quelli in cui il libro ha visto la luce: tempi di caratteri e parole da comporre, di piombo fuso. Quella rivoluzionaria invenzione che è stata la linotype (nata nel 1881, arrivata in Italia nel 1897) era ancora molto giovane, e chissà se quella tipografia livornese è riuscita a usarne una, sette anni dopo, per comporre questo libro; o se invece le sue linee di stampa, una per una, hanno sentito addosso le dita esperte di un tipografo che le sistemava.

In qualsiasi modo sia stato creato, l'indice resta entusiasmante: per indicare al lettore dove trovare gli articoli pubblicati non propone il ritmo banale del fluire delle pagine, ma un preciso ordine alfabetico per autore: parte da "Andreini A.L." (pag.153), prosegue con "Barisien E.N." (pag.89) e continua con lo stesso criterio, fino ad arrivare a "Tenca L." (pag.38) e "Traverso N." (pag.185). In mezzo, una trentina di nomi, e chissà se qualcuno più competente di chi scrive sarebbe in grado di riconoscere accademici famosi. Ma in fondo è facile rispondere alla domanda: basta giocare un po' con un motore di ricerca per scoprire che sì, la Rete riconosce e ricorda Francisco Gomes Teixeira, e Filiberto Castellano, e Michele Cipolla, e naturalmente anche lo stesso Giulio Lazzeri; e a quel punto è solo la vergogna a suggerire di smettere di guglare nomi, perché è già del tutto evidente che se quei nomi suonano sconosciuti al proprietario del libro la colpa è del proprietario, e non del libro.

In quell'ipnotico indice, tra il nome dell'autore dell'articolo e il numero di pagina corrispondente, trovano posto anche i titoli delle memorie pubblicate, e tra questi ci sono degli indubbi capolavori: Giovanni Frattini, gran matematico della Teoria dei Gruppi e grande estimatore dei sonetti del caustico Giuseppe Gioacchino Belli, apre il volume con "*Applicazione di un concetto nuovo all'analisi indeterminata aritmetica di e algebrica di 2° grado con una nota sull'equazione di Pell*"; invece "*Sull'uguaglianza diretta e inversa delle figure*" è scritto da Beppo Levi, matematico torinese costretto a scappare in Argentina per le aberranti leggi del 1938; ma anche la Rete sembra invece aver dimenticato chi fosse Vito

Melfi Molé, che a pagina 221 propone un corposo articolo "*Sul calcolo delle differenze finite*". Lo stesso Lazzeri che si intesta la responsabilità dell'intero *Periodico* riempie otto pagine fitte di testo orfano di formule per raccontare qualcosa "*A proposito dell'inchiesta fatta dall'Associazione Mathesis sulla fusione della geometria piana colla solida*", corposa relazione sullo stato della didattica matematica italiana d'inizio XX secolo, che però, a giudicare dai suoi contenuti, potrebbe essere stato scritto l'altro ieri, a valle dell'indagine P.I.S.A. ("*primo tema, studiare le cause de poco profitto che fanno nella matematica i giovani delle scuole medie, e ovviarvi*"), ratificando così che i guai dell'italica didattica matematica non possono essere ascritti a meno di cinque o sei generazioni, e non solo all'ultima.

Si potrebbe continuare a lungo, ma a questo punto è già ben chiaro al lettore da dove provenga quel testo riprodotto nel riquadro di qualche paragrafo fa: da un articolo presente nel libro ritrovato. Riportarne il titolo integrale equivale anche a dare le risposte alle due domande proposte (del refuso non vale la pena parlare): infatti, a pagina 136 troneggia il titolo "*Il "Latino sine flexione" del Prof. Peano*", breve memora a firma di Mario Lazzarini (da non confondersi con il già citato Giulio Lazzeri).

Che Giuseppe Peano, che quasi con certezza è il maggiore matematico prodotto dall'Italia negli ultimi due secoli, abbia profuso gran parte del suo tempo nel tentativo di creare una lingua che fosse a un tempo precisa e semplice, insomma perfetta sia per la matematica che per tutti gli altri scopi a cui una lingua è deputata, è cosa che si ritrova anche nelle note biografiche più frettolose sul genio cuneese; è però assai più raro, a meno che lo si ricerchi esplicitamente, imbattersi in qualche esempio scritto nel suo "latino sine flexione". Lazzarini invece ne riporta un lungo brano, dopo aver ricordato, tra le altre cose, che quello di Peano (recentissimo ai tempi della pubblicazione del XIX volume del *Periodico)* non è stato un tentativo particolarmente originale, visto che di lingue universali precedenti al *Latino sine flexione* ne erano già comparse almeno altre sette, tra cui l'*Esperanto.* Spiega poi come il problema di una lingua universale ben strutturata se lo fosse posto già Leibniz, il quale elencava dei principi da seguire per chi si fosse voluto impegnare nell'impresa di crearla; e si vede che Peano a quei principi leibniziani si attiene diligentemente: applica l'eliminazione delle desinenze nei casi e impiega in sostituzione delle particelle specifiche; elimina le coniugazioni dei verbi, usando solo l'infinito del verbo senza il "re" finale (*dicere*⇨*dice*⇨dire; *mensurare*⇨*mensura*⇨misurare; *scire*⇨*sci*⇨sapere, etc.), e attua l'eliminazione della specificazione del genere nei nomi[2].

In questo modo, armati di un vocabolarietto di latino in grado di ricordarci il significato di alcune parole dimenticate (*oporte*⇨occorre; *igitur*⇨allora, etc.) il testo dovrebbe diventare ragionevolmente leggibile, una volta appreso che nella Pisa del Duecento l'unità di lunghezza è la *pertica* e quella di superficie il *panoro*, e che un *panoro* equivale a 5,5 pertiche (quadrate), come ricorda Peano stesso. Peano dimostra con pochi calcoli elementari che il fatto che Fibonacci asserisca che per trovare l'area di un cerchio basta dividere per 7 il quadrato del diametro implica che per il pisano valeva l'uguaglianza $\pi = \frac{22}{7}$. È divertente vedere Peano destreggiarsi senza timore tra *pertiche* e *panori*, ed è curioso anche l'uso spregiudicato che fa dei "numeri misti"[3], ormai passati quasi del tutto nel dimenticatoio,

[2] "*Discrimen generis nihil pertinet ad grammaticam rationalem*", sancisce Leibniz, e chissà cosa avrebbe pensato oggi che le discussioni su quale sia il modo più corretto per trattare al meglio il genere delle persone sono molto divisive e cariche di significati che trascendono la mera razionalizzazione della lingua.

[3] Con "numeri misti" si intende quella grafia che consente di scrivere ad esempio "5½" – come fa Peano nella citazione – semplicemente accostando un numero intero e una frazione, senza esplicitare il sottinteso segno "+". È un metodo di scrittura di numeri frazionari abbastanza naturale, ma poiché di solito l'assenza di segno è caratteristica delle moltiplicazioni, la grafia può generare confusione, ed è caduta in disuso. Nei paesi di lingua inglese è però ancora abbastanza diffusa, al punto che la maggior parte delle scuole dedicano qualche lezione all'aritmetica dei numeri misti. Adam Atkinson, noto appassionato inglese di matematica ricreativa e dell'Italia, ha condotto una ricerca sulla sopravvivenza dell'uso dei numeri misti nella nostra nazione, con risultati curiosi e piacevolmente presentati, come mostra questo articolo pubblicato su *MaddMaths!*: https://maddmaths.simai.eu/divulgazione/matematica-il-linguaggio-universale/.

forse con le sole eccezioni dei voti sui compiti in classe e dei tabelloni di alcune metropolitane che segnalano l'arrivo dei treni con una precisione fino al mezzo minuto.

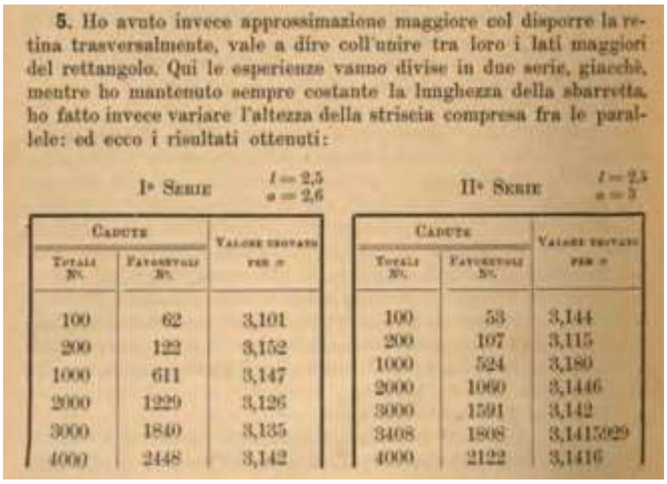
L'escursione in quel dimenticato libro del 1904 si è rivelata già ampiamente sufficiente a dimostrare quanto possa essere gratificante il "viaggio nella libreria", anche quando si riduce solo a una gitarella di un paio d'ore. E si potrebbe chiudere qui anche questo articolo, una volta pagato un minimo pegno di riconoscenza all'autore dell'articolo saccheggiato; ma tutti i viaggi che si rispettino presentano almeno un paio di imprevisti, e nel nostro caso è proprio Mario Lazzarini a fornircene uno.

Come recita il suo frontespizio, il "*Periodico di Matematica per l'Insegnamento Secondario*" non era una rivista accademica destinata ad ospitare memorie di ricercatori professionisti, ma un giornale che perseguiva la missione di facilitare il lavoro di chi si occupava di insegnamento secondario, quindi dei professori di licei e istituti tecnici. Per quanto nel celebrato indice rifulgano tra gli autori nomi di matematici di prima grandezza, è assai probabile che tra i collaboratori più o meno abituali comparissero anche coloro che più di altri conoscevano i dettagli della didattica, cioè proprio i professori, ed è quasi certamente tra questi che occorre collocare il nostro Mario Lazzarini. Pur essendo assente dai maggiori siti specializzati in biografie dei matematici più importanti, una ricerca un po' più generale intercetta facilmente un articolo che lo riguarda.

L'autore è Hans van Maanen, direttore di "*Skepter*", la rivista dell'associazione olandese di "scettici", e perciò in qualche modo consorella della corrispondente associazione italiana, il CICAP fondato da Piero Angela. Naturalmente, la maniera di gran lunga migliore per godersi l'articolo è quello di leggerlo direttamente[4]: ma per chi si accontenta di un riassunto veloce giusto per capire come Lazzarini abbia potuto scrivere nel 1901 qualcosa che quasi un secolo dopo ha molto irritato un pezzo grosso di *Nature*, ne riporteremo i punti salienti. Vista la lunga estensione temporale della storia, forse vale la pena di procedere cronologicamente.

<u>Premessa settecentesca</u> – George Louis Leclerc, conte di Buffon, osserva che il valore di π è determinabile per via sperimentale con il metodo che resterà famoso nella storia proprio con il nome di "ago di Buffon": immaginando un pavimento diviso in sezioni trasversali di larghezza s, lanciando a caso un ago di lunghezza a e registrando le volte m che l'ago intercetta una delle linee del pavimento, presupponendo un numero di lanci n tendente a infinito, si può risalire al valore di π utilizzando i rapporti s/a e m/n.

<u>Anno 1901</u> – Il nostro Mario Lazzarini pubblica, sempre sul *Periodico di Matematica per l'Insegnamento Secondario*, (ma volume XVII, non il XIX ritrovato nel "viaggio in libreria"), un articolo in cui afferma di aver applicato il metodo di Buffon e di aver ottenuto un valore sperimentale di π esatto fino alla sesta cifra decimale (3,141529) con una serie di 3408 lanci di cui 1808 positivi, e con valore di a pari a 2,5 e s pari a 3,0. Nell'articolo afferma anche di aver raggiunto il risultato grazie a una sua


5. Ho avuto invece approssimazione maggiore col disporre la retina trasversalmente, vale a dire coll'unire tra loro i lati maggiori del rettangolo. Qui le esperienze vanno divise in due serie, giacchè, mentre ho mantenuto sempre costante la lunghezza della sbarretta, ho fatto invece variare l'altezza della striscia compresa fra le parallele: ed ecco i risultati ottenuti:

I^a Serie $l = 2{,}5$ $a = 2{,}6$

Cadute		Valore trovato
Totali N°.	Favorevoli N°.	per π
100	62	3,101
200	122	3,152
1000	611	3,147
2000	1229	3,126
3000	1840	3,135
4000	2448	3,142

II^a Serie $l = 2{,}5$ $a = 3$

Cadute		Valore trovato
Totali N°.	Favorevoli N°.	per π
100	53	3,144
200	107	3,115
1000	524	3,180
2000	1060	3,1446
3000	1591	3,142
3408	1808	3,1415929
4000	2122	3,1416

3 *Estratto dell'articolo di Lazzarini del 1901.*

[4] Grazie alla traduzione di Luigi Garlaschelli lo si può leggere in italiano, o direttamente sul numero 47 di *Query*, la rivista del CICAP, (Comitato Italiano per il Controllo delle Affermazioni sulle Pseudoscienze), o in alternativa sull'edizione digitale della rivista stessa, a questo indirizzo: https://www.cicap.org/n/articolo.php?id=1800798.

macchina, descritta in dettaglio, che consentiva di "meccanizzare" i "lanci casuali di un ago sul pavimento piastrellato" come richiesto dall'idea di Buffon.

Tra il 1901 e il 1994 – Il risultato viene accolto inizialmente con grande entusiasmo, diventa noto a livello internazionale e non sono pochi i grandi nomi della matematica che lo accolgono con sperticate parole di elogio. Il nome di Lazzarini diventa abbastanza famoso: a parte la sua, le migliori approssimazioni "sperimentali" arrivavano, e a fatica, a una precisione di un paio di decimali. Agli inizi degli anni Sessanta compaiono però i primi articoli che esprimono dubbi sulla correttezza dell'esperimento del 1901.

Anno 1994 – Lee Badger, matematico statunitense, scrive l'articolo "*Lazzarini's lucky approximation of* π" in cui analizza in dettaglio tutte le fragilità della memoria di Lazzarini: parte dalla strana coincidenza – già notata dai primi critici degli anni Sessanta – del rapporto 3408/1808, cruciale nel testo di Lazzarini, che è identico alla nota frazione 355/113, scoperta già nel V secolo dal matematico cinese Zu Chongzhi come approssimazione di p; prosegue notando la stranezza di quei "3408 lanci", poi passa a calcolare la probabilità di ottenere per via randomica quel risultato, giungendo alla conclusione che è una probabilità talmente bassa (circa tre parti su un milione) da ritenere che quella stima fosse il frutto o di un colpo di fortuna davvero eccezionale o di un "*hoax*", termine che si può tradurre come qualcosa a mezza via tra uno "scherzo" e una "beffa". Badger, grazie a quell'articolo, vince un premio istituito dalla MAA (Mathematical Association of America), e ovviamente l'articolo viene letto anche da James Maddox, redattore capo di *Nature*. È naturale che un redattore capo di una prestigiosissima rivista scientifica veda la manomissione dei dati sperimentali più o meno come il proverbiale diavolo guarda l'acqua santa, e la sua ira funesta colpisce Lazzarini: titola il suo articolo come "*Falsa misura sperimentale di* π", usa senza mezzi termini la parola "*fraud*" ovvero "frode" al posto del più morbido "*hoax*", e lancia perfino una specie di anatema: " *…l'articolo di Badger dovrebbe restare come un ammonimento, a tutti coloro che inquinano la letteratura, che i loro misfatti li seguiranno fin nella tomba*".

D'altro canto, l'articolo di Hans van Maanen che ci ha consentito di scoprire questo affascinante giallo matematico sembra più orientato a smorzare lo scandalo: la descrizione accurata della "macchina per i lanci" che fa Lazzarini, a ben vedere non sembrava poi così efficiente da meritarsi d'essere costruita; l'aver posto in bella vista il numero 3408 nella tabella che riportava i suoi tentativi quando i valori intermedi esposti vanno per blocchi interi di centinaia o migliaia; insomma tutto lo spirito dell'articolo di Lazzarini sembra più uno scherzo che la rivendicazione di una scoperta. È anche possibile che, da insegnante, cercasse e suggerisse ai colleghi qualche metodo scherzoso per affascinare gli studenti, come quella complicata macchina lancia-aghi o la meraviglia di una costante matematica trovata sbattendo oggetti per terra.

A voler cercare una morale da tutta la storia, non c'è che l'imbarazzo della scelta: dall'opportunità o meno di scherzare con la scienza alla troppo diffusa propensione agli entusiasmi (o alla rissa) anche tra i più autorevoli critici; o anche sulla necessità di ricordare sempre che anche gli scienziati sono donne e uomini, con tutte le caratteristiche e le debolezze degli esseri umani. E poi, a dire la verità, la morale più evidente e ovvia che ci sembra emergere è semplicemente quella che ricorda alle riviste scientifiche prestigiose e autorevoli di non concedere i loro spazi ad arruffoni incompetenti fin troppo disposti a scherzare su qualsiasi cosa pur di vedere stampate le loro sciocchezze: ma uno strano e persistente brivido lungo la schiena ci suggerisce di non evidenziare troppo questo aspetto, chissà perché.

2. Problemi

2.1 Gara a moltiplicazioni

"Chi chiede una crescita annua del 2% o è un economista o è un pazzo".

Come al solito, non ricordiamo chi abbia fatto questa battuta (Rudy tende ad attribuirla a Kenneth Galbraith, ma conoscendo l'affidabilità di Rudy l'unica certezza potrebbe essere che *non* l'abbia detto Galbraith), ma forse abbiamo trovato un modo per spiegare la cosa a certa gente.

Prendete due economisti (o due pazzi, o uno e uno: fate voi quale vi sembra l'*ensemble* più affidabile: a titolo di puro esempio e per amor di pluralismo, scegliamo "uno e uno") e spiegate loro il gioco; poi, fate loro giocare qualche partita.

L'economista parte con il valore 1, che viene passato al pazzo; a questo punto, il pazzo moltiplica il valore per un intero a sua scelta tra 2 e 9 ottenendo un qualche valore, che viene passato all'economista; il quale moltiplica il valore per un intero tra 2 e 9, e ripassa il valore ottenuto al pazzo...

"...e avanti così fino alla fine dei tempi?" Beh, sarebbe un ottimo modo per neutralizzare un paio di tizi pericolosi, ma c'è il rischio che se ne accorgano. No, vince il primo che arriva a (o supera: non deve raggiungere il valore esatto) un milione.

Qualcuno dei due ha una strategia?

E se ammettessimo altri insiemi di numeri per cui moltiplicare (sempre in numero finito) maggiori (strettamente) di 1 e minori o uguali a 9? Ad esempio, interi e seminteri? Cambia qualcosa? E un numero infinito di valori, ma strettamente maggiori di (ad esempio) 1.5? Cambiano, le strategie? E se partiamo da un altro numero?

2.2 Just in Time

...che è un metodo di lavoro che a Rudy (anticipatario – si dice? – cronico) non è mai piaciuto, ma in certi casi potrebbe rivelarsi utile.

Ad esempio, durante un duello.

Due duellanti A e B si sono sfidati a un duello a torte in faccia, arma notoriamente di difficile trasporto e con un alto grado di imprecisione, quindi (a) ne hanno a disposizione una sola ciascuno e (b) esiste una distribuzione di probabilità (funzione della distanza) della capacità di centrare l'avversario.

I nostri due partono a una distanza d=1, ciascuno con la sua torta, e si avvicinano lentamente (come dicevamo, "difficile trasporto") uno all'altro entrambi alla stessa velocità; A ha una accuratezza nel tiro descritta da $a(d)$, mentre B ha una accuratezza $b(d)$; per motivi abbastanza evidenti, più i due sono vicini migliore è la loro mira; a parte questo, sentitevi liberi di fare le più sfrenate ipotesi sul comportamento delle due funzioni (lineari? quadratiche? esponenziali? logaritmiche? logistiche? UnaDiUnTipoLAltraNo?). Ci chiediamo: nella parte di uno dei due, quando tirate la torta?

3. Bungee Jumpers

(1) – Mostrate che qualsiasi poligono convesso di area 1 è contenuto in un parallelogramma di area 2.

(2) – Mostrate che un triangolo di area 1 in generale *non* può essere contenuto in un parallelogramma di area *minore* di 2.

La soluzione, a "Pagina 46"

4. Soluzioni e Note

Settembre!

(ancora per poco…)

4.1 [307]

4.1.1 Un altro torneo

Due giochi per il primo problema del mese scorso, per entrambi occorre stabilire le strategie per i giocatori:

> *Si stabilisce un numero, ad esempio* 6. *La prima partita è tra Rudy e Doc, che tracciano due scacchiere: Doc traccia una scacchiera* 6×6, *mentre Rudy traccia una scacchiera* 6×1. *Indi, Doc traccia una sequenza di X e O nella prima riga della sua scacchiera, e Rudy traccia uno dei due simboli nella prima casella della sua scacchiera. Il gioco procede nello stesso modo: Doc traccia sei simboli come gli pare nella seconda riga della scacchiera e Rudy traccia un simbolo a sua scelta nella seconda casella della sua riga, e avanti così sino a fine scacchiera.*
>
> *Dopo sei turni entrambe le scacchiere sono piene, e se tra le righe compilate da Doc una è uguale alla riga compilata da Rudy, allora ha vinto Doc, altrimenti ha vinto Rudy.*

Per il secondo gioco:

> *Viene approntata una matrice* 6×6, *e Alice scrive un numero a sua scelta in una posizione a sua scelta della matrice: poi tocca al vincitore del primo turno, che scrive un numero a sua scelta in una posizione libera a sua scelta della suddetta matrice. E avanti in questo modo, sin quando la matrice è completa. Si calcola il determinante della matrice ottenuta: se è diverso da zero, vince Alice, altrimenti vince il secondo giocatore.*

Vediamo subito la soluzione di ***Valter***:

> Primo gioco.
>
> Sfrutterei qualcosa che assomiglia un po' all'argomento diagonale di Cantor:
>
> - se in riga n della scacchiera di Doc c'è X Rudy traccia O nella casella n
>
> - se in riga n della scacchiera di Doc c'è O Rudy traccia X nella casella n.
>
> In questo modo Rudy dovrebbe essere sicuro di vincere e passare alle finali.
>
> Secondo gioco:
>
> In caso di matrici pari dovrebbe vincere Rudy che può usare questa strategia:
>
> - se Alice scrive il numero in casella (n, m) Rudy lo scrive in casella (m, n).
>
> Così Rudy riesce ad ottenere dipendenza lineare fra righe, quindi det(A) = 0.
>
> In caso di matrici dispari dovrebbe vincere Alice servendosi della strategia:
>
> - Alice inizia scrivendo un numero a scelta in casella centrale della matrice
>
> - così Rudy non ha una casella simmetrica dove poter scrivere lo stesso numero
>
> - è Alice ora che ha "in mano" il gioco rispondendo in base alle mosse di Rudy
>
> - può rispondere a Rudy con numeri su caselle che non diano dipendenza lineare.

La seconda soluzione, come spesso accade, è di ***Galluto***:

> Per il primo gioco mi sembra che vinca sempre Rudy:
>
> - Guarda la mossa di Doc e mette sulla sua prima casella il segno opposto a quello della prima posizione della riga di Doc
> - Doc riempirà la seconda riga con una sequenza che comincia con il segno messo da Rudy, e Rudy metterà sulla seconda casella l'opposto di quanto messo da Doc sulla seconda posizione (della seconda riga)
> - E così via… visto che è Rudy a giocare per secondo metterà sempre il segno opposto a quello messo da Doc sulla n-sima casella della n-sima riga

E questo indipendentemente dalla dimensione delle scacchiere; però propongo io una super-generalizzazione (per la quale non ho risposta): dopo l'ultima mossa di Rudy, Doc può ruotare la scacchiera di 90° (o 180°, o 270°) gradi.

Quindi il secondo gioco lo combattono Alice e Rudy.

Ricordo che le condizioni per avere un determinante nullo sono:

1. una riga (colonna) tutta di 0, e Alice non lo permetterà mai
2. una riga (colonna) proporzionale ad un'altra (in particolare, una uguale ad un'altra), e su questa mi concentrerò
3. una riga (colonna) combinazione lineare di due o più altre, e questa mi sembra troppo complicata per essere utilizzata

Con una scacchiera 6×6 (e con qualsiasi scacchiera di ordine pari), Rudy divide le righe a coppie e mette lo stesso numero (intero o decimale, positivo, negativo o nullo) che ha messo Alice, nella stessa posizione, nella riga accoppiata con quella che ha usato Alice.

Rudy continuerà così e Alice non potrà impedire che alla fine due righe siano identiche (in realtà le righe saranno tutte identiche a due a due).

Se invece la scacchiera è di ordine dispari, rimarrà una riga "spaiata" e Alice la potrà sfruttare per fare "melina", costringere Rudy a completare una riga "accoppiata" e completare la gemella con un numero diverso; mi spiego meglio con un esempio:

1	0,5	-1	100	
1	0,5	-1	100	
3	7	0,25	-10	
3	7	0,25	-10	
0,33	2	3	8	A

La prima riga è accoppiata con la seconda, e la terza con la quarta; quando queste quattro righe sono riempite a meno di una posizione, Alice comincia a riempire la quinta; Rudy fa lo stesso, ma arrivati alla posizione del disegno, Alice mette un numero nella casella A, costringe Rudy a completare una delle righe accoppiate, e completa con un numero diverso la gemella, impedendo l'uguaglianza delle due righe.

Con un po' di accortezza Alice potrà anche evitare che una colonna sia combinazione lineare di due o più altre colonne.

Quindi: vince Rudy se la scacchiera è pari, vince Alice se è dispari.

Come vedete per il momento sono tutti d'accordo. Vediamo adesso un nostro vecchio solutore, che ad ogni ritorno ci fa sempre felici, ***Franco57***:

<ins>Primo gioco</ins>: Rudy sicuramente ricorderà il famoso metodo diagonale usato da Cantor per dimostrare che i numeri reali sono più che numerabili, quindi al turno k metterà un segno diverso rispetto al k-esimo della riga appena messa da Doc, di conseguenza nessuna riga di Doc potrà essere identica alla riga di Rudy, che quindi vincerà sempre.

<ins>Secondo gioco</ins>: Alice sfida Rudy che ha vinto il primo gioco. Rudy che gioca per secondo penso che possa ancora vincere sempre per esempio con questa tecnica: si concentra su una riga diversa – poniamo r – rispetto a quella scelta da Alice per apporre il primo numero – poniamo a – e fa in modo che i corrispondenti numeri su r siano sempre il doppio di quelli su a. In questo modo il determinante è nullo perché

è sufficiente (ma è anche necessario) che una riga sia combinazione lineare di altre righe affinché il determinate sia nullo. Ecco come fa Rudy a garantire che $r=2\cdot a$:

- se Alice mette un valore nella riga a, come la prima volta, Rudy mette il doppio nella stessa colonna ma sulla riga r, cioè se Alice mette x in (a,j), allora Rudy mette $2\cdot x$ in (r, j);
- se Alice mette un valore nella riga r allora Rudy mette la metà nella stessa colonna ma sulla riga a, cioè se Alice mette x in (r, j), allora Rudy mette $x/2$ in (a, j)
- se il numero messo da Alice non sta nella riga r né nella a, allora anche Rudy mette un qualsiasi numero in una riga che non sia né r né a e lo può fare perché gli elementi della matrice che non sono né nella riga r né nella riga a sono in numero pari, esattamente $24=6\cdot 6-6\cdot 2$ (mi chiedo però se ci sia una strategia vincente del secondo anche per una matrice $n\times n$ per n dispari).

È sempre un piacere avere notizie di Franco. Concludiamo con ***Luigi***:

> Alla fine dei giochi Rudy risulterà l'indiscusso vincitore.
>
> Nel primo gioco la strategia di Rudy sarà: scrivere nella n-sima casella il segno diverso da quello che Doc avrà scritto nella n-sima casella della n-sima riga.
>
> In questo modo ogni riga scritta da Doc avrà almeno un elemento diverso da quella scritta da Rudy.
>
> Passando a giocare con Alice, considerando la proprietà per cui una matrice che ha due righe uguali ha sicuramente determinante = a 0, Rudy, dividendo la matrice in tre gruppi di due righe, scriverà lo stesso numero scritto da Alice nella stessa casella della riga adiacente (superiore o inferiore a seconda dei casi). Otterrà una matrice con addirittura tre coppie di righe uguali ed un determinante sicuramente uguale a zero.

Siamo un po' di corsa, apprezziamo ancora di più la sintesi. Andiamo avanti.

4.1.2 YoHoHo and a Bottle of Rhum!

Il secondo quesito aveva dei pirati logici e cattivi a spartirsi il bottino:

> *Tre (da generalizzare per "n") pirati spartiscono un bottino con regole logiche e piratesche. Il Primo Pirata fa una proposta di spartizione. Tutti i pirati votano questa proposta: in caso di parità, il proponente ha il voto decisivo. Se la proposta vince (a maggioranza semplice), si procede alla spartizione. Se la proposta perde, si elimina il proponente e la proposta passa al più alto restante in gerarchia, con le stesse regole. Quale dev'essere la strategia dei pirati per restare vivi e ottenere il massimo possibile bottino?*

E ripartiamo, con gli stessi solutori, nello stesso ordine. Il primo è ovviamente ***Valter***:

> Assumo che con "Tutti i pirati votano…" si intenda tutti tranne il proponente. Se partecipa pure lui alla votazione vale la mia risposta a parità invertite.
>
> Procedo per gradi:
>
> - con un pirata, ovviamente, il proponente si tiene tutto il bottino
> - con due pirati il primo per restare vivo deve dare tutto il bottino al secondo (altrimenti il secondo vota contro la proposta e il proponente viene ucciso)
> - con tre pirati il primo deve dare una piccola parte del bottino al secondo (così si tiene quasi tutto il bottino perché la votazione finisce in parità)
> - con quattro pirati il primo dà una piccola del bottino parte al terzo e quarto
> - con cinque pirata il primo dà una piccola parte del bottino al terzo e quinto
> - … e così via, seguendo questo schema, per numeri pari e dispari di pirati.
>
> La strategia del primo per sopravvivere dovrebbe, quindi, essere così impostata:

- dà una piccola parte ai pirati che ne otterrebbero meno se venisse ucciso.

Per il momento non siamo troppo preoccupati per i pirati, che troveranno un modo di sopravvivere con il vostro aiuto. Il prossimo è ***Galluto***:

> Lo conoscevo senza la *golden share* a favore del proponente; comunque, mi sembra necessario introdurre una terza istanza, dopo l'istinto di sopravvivenza e l'avidità di bottino: sono assetati di sangue e quindi, a parità di risultato, votano per la squalizzazione del proponente.
>
> Per generalizzare, inverto la gerarchia: Uno è il più basso in grado, Due il penultimo, ecc., ecc.
>
> - Se sono/rimangono in due, Due propone di prendersi tutto il bottino, Uno non è d'accordo ma Due ha il voto decisivo e quindi Uno si deve accontentare di rimanere vivo
> - Se sono/rimangono in tre, Tre (che sa cosa succede se perde e rimangono in due) propone di prendersi tutto meno un doblone (il bottino è ovviamente costituito da dobloni) per il povero Uno; prende il voto suo e quello di Uno e vince
> - Se sono/rimangono in quattro, Quattro propone di prendersi tutto, tranne un doblone per Due; prende il proprio voto e quello di Due (che se no non prenderebbe niente una volta rimasti in tre), esercita la golden share e vince
> - Ecc., ecc,, …

Un piccolo intermezzo tra i solutori per vedere che cosa pensa il nostro fustigatore massimo, il grandissimo ***Alberto R.***:

> Da buon fustigatore inizio con un esame critico del testo.
>
> Siano A, B, C i tre pirati in ordine gerarchico.
>
> "*Tutti i pirati votano questa proposta: in caso di parità, il proponente ha il voto decisivo*" Il "*questa*" si riferisce evidentemente alla proposta citata nelle righe precedenti, cioè quella avanzata da A, ma, con tale limitazione, la precisazione appare illogica perché alla prima votazione "*tutti i pirati*" sono tre e non ci può essere parità. Pertanto mi sento autorizzato a ritenere che la precisazione abbia carattere generico quindi applicabile anche al caso in cui, eliminato A, restano a votare solo B e C con B proponente. Ma ciò significa che, eliminato A, B ha potere decisionale assoluto.
>
> Con questa premessa la proposta di A sarà: niente a B, Una briciola a C, e tutto il resto a me.
>
> A è sicuro che la proposta sarà accettata perché B voterà contro ma C, considerato che poco è meglio di niente, voterà a favore perché in caso contrario, con A in pasto agli squali, B avrebbe il potere decisionale assoluto di cui innanzi, e, certamente, prenderebbe tutto per sé senza lasciargli neppure la consolazione di quella briciola che A gli aveva assegnato.
>
> Naturalmente perché il suddetto ragionamento funzioni non basta che i tre pirati siano "*estremamente logici*" come precisato nel testo, ma devono anche essere (precisazione mancante) privi di qualunque sentimento diverso dall'interesse per il denaro, compreso il più elementare e comprensibile rancore per un torto subito. Diversamente A farà bene a incrementare sostanzialmente la quota che intende lasciare a C, ad evitare che C possa unire il suo voto contrario a quello di B, ritenendo che la soddisfazione di vedere quella carogna di A in bocca a un pescecane valga molto di più di quel pugno di dobloni con cui A lo avrebbe liquidato.

E come al solito, il Nostro ha messo il dito sui vari problemi del testo, che in una o nell'altra soluzione, vengono a galla. Per esempio nella versione di ***Franco57***:

> Premessa: la mia soluzione prevede che il bottino sia composto di monete molte monete dello stesso valore e in numero ben superiore a quello dei pirati.

> Con due pirati il primo proporrà tutto a sé e niente all'altro, tanto con il suo voto ha il 50% e quindi la proposta passa.
>
> Con tre pirati il primo proporrà una moneta al terzo, nessuna al secondo e tutto il resto per sé. È chiaro che il secondo che non riceve niente non ci sta, ma il terzo si deve accontentare perché se non votasse a favore di questa proposta il bottino sarebbe spartito tra gli ultimi due e come abbiamo visto tutto andrebbe al secondo e a lui niente.
>
> Con quattro pirati al primo basta proporre nessuna moneta al quarto, una moneta al terzo, nessuna al secondo e il resto tutto per lui. Infatti sicuramente la sua proposta sarà bocciata dal secondo e dal quarto che non ricevono nulla, mentre il terzo vota a favore perché in questo modo la proposta passa e riceve almeno una moneta, infatti se invece votasse contro la proposta non per passerebbe e si ricadrebbe nella spartizione con tre pirati nella quale lui diventerebbe il secondo e come si è visto non riceverebbe niente.
>
> E così via, quindi in generale con lo stesso ragionamento si vede per induzione quale sarà la proposta del primo pirata. Distinguiamo se è il numero dei pirati è pari o dispari.
>
> Con $2 \cdot k$ pirati la proposta sarà per lo i-esimo pirata $1<i\leqslant 2\cdot k$:
>
> - 0 monete al pirata i se i è dispari;
> - 1 moneta al pirata i se i è pari;
> - tutto il resto a sé stesso per $i=1$quindi.
>
> Mentre con $2\cdot k+1$ pirati la proposta del primo per lo i-esimo pirata $1<i\leqslant 2\cdot k+1$ diventa:
>
> - 0 monete al pirata i se i è pari;
> - 1 moneta al pirata i se i è dispari;
> - tutto il resto a sé stesso per $i=1$ quindi.
>
> Nel caso di un bottino con monete anche di valori diversi, gioielli di vario tipo, ecc. il ragionamento è lo stesso, basta che il bottino sia composto di pezzi minimi indivisibili e che siano a sufficienza: il primo selezionerà i pezzi di minor valore da proporre al posto delle singole monete, tanto saranno votate perché il pirata al quale saranno poste penserà "meglio che poco niente".

Siamo alla fine, ecco la versione di ***Luigi***:

> Nel caso di 3 pirati il primo dovrà proporre di dividere tra lui ed il terzo il bottino senza lasciare nulla al secondo. Tale proposta potrà anche non essere equa, infatti il terzo pirata sa bene che se voterà a sfavore la parola passerà al secondo pirata che proporrà di prendersi tutto il bottino (proposta che sarà sicuramente accettata poiché il voto del proponete prevale in caso di parità). Fossi nel primo pirata comunque mi atterrei ad una spartizione equa tra lui ed il terzo pirata poiché anche salvare la pelle ha un suo prezzo…
>
> Nel caso di più di 3 pirati, il primo pirata dovrebbe cambiare strategia e proporre di dividere il bottino con la prima metà dei pirati. Questi potrebbero rifiutare per aumentare la loro parte ma sanno che corrono il rischio di venire a loro volta messi in minoranza da quelli che seguono e per non correre rischi (meglio un uovo oggi…) dovrebbero accettare subito la prima proposta.

Abbiamo perso qualche soluzione? Forse, ma ci pare che qui si concordi nel salvare la pelle a tutti i pirati, e siamo contenti così. Ci risentiamo ad ottobre, forse.

5. Quick & Dirty

Una lista di interi positivi ha la mediana pari a 8, la moda pari a 9 e la media (aritmetica) pari a 10. Quanti numeri ci sono *almeno* nella lista?

Dalle informazioni date, si vede che ci sono almeno due 9 *nella lista (altrimenti non potrebbe essere la moda) e almeno un numero maggiore di* 10 *(altrimenti non potrebbe essere la media). Quindi ci sono almeno tre numeri maggiori di* 8 *nella lista. Ma se* 8 *è la media, i numeri devono essere almeno sei.*

6. Zugzwang!

...ma prima, un piccolo sondaggio.

Quanti di voi hanno, in casa, ***solo*** scacchiere "serie"?

Per "scacchiera seria" intendiamo quelle sottili, che dietro non hanno la "tria" (o "Nine Men Morris"), e che, soprattutto, non hanno quel ridicolo tubo pieno di pedine della Dama.

(Rudy alza la mano).

Ecco, queste persone, non avendo le pedine della dama in casa, devono arrangiarsi con bottoni, foglietti e cose del genere, e funzionano tutti male.

Ah, no, scusate. Se avete un Backgammon, usate quelle pedine lì.

6.1 Pogo

Dal pistolotto iniziale, avrete facilmente dedotto che vi servono delle pedine impilabili. Ma andiamo con ordine.

Il gioco ci risulta inventato nel 1993 da ***Laurent Escoffier***, che è un ludologo (si dice? Beh, da adesso sì) francese: al momento, a parte questo gioco, ci risulta abbia collaborato a quella meraviglia che era *Corto*, per disegnare il quale si è scomodato Hugo Pratt (il che vi fa capire che (a) il "Corto" è Corto Maltese e (b) che doveva essere un bel gioco, visto che aveva l'avallo del creatore del personaggio). Il nome del gioco, per quanto ci risulta, deriva dal "pogo stick", probabilmente l'unico oggetto al mondo cui i francesi non abbiano cambiato nome.

"Rudy, la tiri ancora tanto lunga?" No, è che il gioco è piuttosto breve da descrivere, quindi mettiamo un po' di introduzione... OK, basta. Posate quel martello.

Dicevamo, vi servono ***sei*** pedine, tre bianche e tre nere, e una ***scacchiera*** tre per tre (che potete disegnarvi o segare un pezzo di quella bruttura che aveva dentro le pedine e comprarvi una scacchiera seria).

A ***inizio gioco***, ognuno dei due giocatori ha davanti, nella prima riga della scacchiera, le proprie tre pedine, quindi la riga centrale è vuota. Muove per primo il bianco.

Le pedine ***muovono*** in un modo un po' strano: una pedina da sola si muove di una casella, due pedine impilate si muovono di due caselle e tre pedine (sempre impilate) si muovono di tre caselle. E poi basta: non possono *muoversi* (attenti al corsivo che dopo diventa importante) pile più alte.

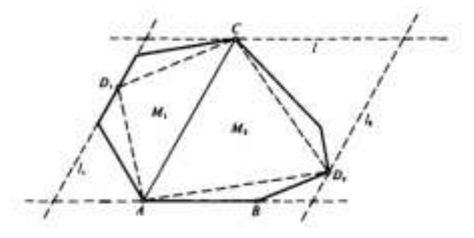
A quanto abbiamo capito, le pedine ***devono*** muoversi di quanto indicato, non possono fare "pezzi di mossa" (ad esempio, un pezzo da tre che si muove solo di due); il movimento avviene per riga e per colonna (niente diagonale), anche con tracciati a "elle".

Se la casella di arrivo è occupata, la pila in movimento si posiziona ***sopra*** la pila già presente, e l'intera pila adesso è del colore in cima: solo chi ha quel colore può muovere i primi tre (o meno: decide lui) pezzi in alto della pila. Avrete capito, anche dal corsivo precedente, che le pile possono essere alte quanto vi pare, ma se "disfate una pila" potete togliere al più solo i primi tre pezzi sopra. Avrete dedotto a questo punto che ***non si mangia***. Si ***vince*** quando riuscite a ***impedire all'avversario di muovere***.

Semplice semplice da capire, ma da giocare ha l'aria abbastanza complicata. Se fate delle prove, fateci sapere (e buttate via quei rottami di scacchiera!).

7. Pagina 46

Prima parte


4 *Costruzione iniziale.*

Sia AB un lato del poligono convesso M di area 1, e sia C un punto di M alla massima distanza da AB (C può essere un vertice o un generico punto su un lato di M parallelo ad AB). La linea retta AC divide M in due parti M_1 e M_2 (una di queste due parti può non esistere se AC è un lato di M). Siano ora D_1 e D_2 punti di M alla massima distanza da AC. Tracciamo per C la parallela l a AB e le linee l_1 e l_2 rispettivamente per D_1 e D_2 parallele ad AC. Le quattro linee AB, l, l_1 e l_2 formano un parallelogramma P che contiene tutto M.

Essendo M_1 e M_2 convessi, contengono completamente i triangoli AD_1C e AD_2C; la linea AC divide P in due più piccoli parallelogrammi P_1 e P_2; se con S(X) indichiamo la superficie della figura X, si ha:

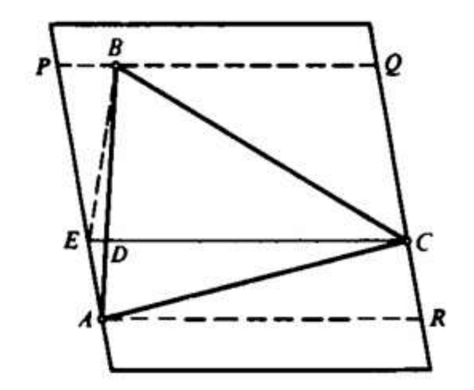
$$S(AD_1C) = \frac{1}{2}S(P_1) \text{ e } S(AD_2C) = \frac{1}{2}S(P_2).$$

Da questo segue:

$$\begin{aligned} S(P) &= S(P_1) + S(P_2) \\ &= 2S(AD_1C) + 2S(AD_2C) \\ &\leqslant 2S(M_1) + 2S(M_2) \\ &= 2S(M) \\ &= 2. \end{aligned}$$

Se l'area di P è minore di 2, possiamo traslare uno dei suoi lati di una distanza tale da portare l'area al valore 2; il nuovo parallelogramma conterrà ancora M.

Seconda parte



5 *Costruzione iniziale.*

Sia P il parallelogramma contenente il triangolo ABC di area 1. Possiamo restringere il parallelogramma traslando i suoi lati sin quando entrambi passano per un vertice del triangolo. Sia A il vertice (o uno dei vertici) attraverso il quale passano due lati del parallelogramma generato in questo modo. Sia il parallelogramma APQR e siano B e C giacenti rispettivamente su PQ e QR. Attraverso C si tracci la parallela ad AR CDE, intersecante AB e AP rispettivamente in D e E. Nella stessa notazione per l'area utilizzata nella prima parte, si ha:

$$S(CBD) \leqslant S(CBE) = \frac{1}{2}S(CQPE)$$

e

$$S(CAD) \leqslant S(CAE) = \frac{1}{2}S(CRAE).$$

Da cui segue che:

$$S(ABC) = S(CBD) + S(CAD) \leqslant \frac{1}{2}S(CQRE) + \frac{1}{2}S(CRAE) = \frac{1}{2}S(APQR),$$

quindi

$$S(APQR) \geqslant 2S(ABC) = 2$$

che è la tesi; l'uguaglianza è valida solo se P e B coincidono.

8. Paraphernalia Mathematica

Mentre scriviamo è estate, e come al solito qui in Redazione non si ha voglia di fare nulla. Fortunatamente, esistono dei lettori che si appassionano ad alcuni argomenti[5] e fanno ricerche, risparmiandoci almeno parte del lavoro. E fornendoci (a tutti, non solo all'estensore di queste note) la possibilità di mostrare che "noi sapevamo già tutto" molto tempo fa (no, non è vero: ma ci siamo ricordati che…).

8.1 Le pagine dopo la 46

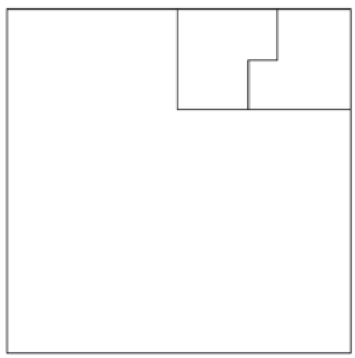
Il mese scorso (RM307, BJ&P46) avevamo chiesto se qualcuno aveva voglia di approfondire alcuni interessanti concetti portati alla nostra attenzione da Martin Gardner (no, non ve li ripetiamo: andateveli a rivedere. Anche se potrebbe essere un'ottima scusa per allungare questo PM, abbiamo – talvolta – un'etica); ci ha pensato ***Alessandro***, che è riuscito a ripescare, all'interno di *archive.org*, il vecchio sito di Karl Schrerer; non solo, ma ha anche trovato, su Wikipedia (inglese), un interessante articolo che… No, questa dovete leggervi tutto il pezzo, per scoprirla. Anche perché è quello che ci ha fatto saltare sulla sedia. Come sempre *[almeno, quelle rare volte che ci succede di pubblicare qualcosa di vostro al di fuori di Soluzioni&Note]*, i nostri commenti sono tra parentesi quadre in corsivo. Ma adesso cediamo la parola ad ***Alessandro***.

Finalmente ho trovato un buon riferimento nel poscritto del capitolo 16 di "*A Gardner's Workout: Training the Mind and Entertaining the Spirit*", che si intitola proprio "*Six Challenging Dissection Tasks*". Il libro non ce l'ho *[neanche noi, ma intendiamo prendere provvedimenti in merito]*, ma il capitolo è disponibile su Google Books. La sommatoria pubblicata è identica a quella nell'articolo, ma un capoverso dice esplicitamente:

> La congettura di Schrerer che fornivo al termine del mio *[di Martin Gardner]* articolo è stata dimostrata falsa da Schrerer medesimo.

E questo dovrebbe chiudere definitivamente la faccenda *[Tranquilli, non è vero: Alessandro ci ha passato tutto il pezzo, che andiamo a riportare qui sotto]*.

Robert Wainwright ha trovato un quarto modo per dividere un quadrato in tre parti simili tra loro, come mostrato nella figura: ricorda il mio *[sempre di MG]* terzo metodo, ma le proporzioni sono differenti.



6 *La divisione di Wainwright.*

Rodolfo Marchelo Kurchan, a Buenos Aires, e il matematico canadese Andy Liu hanno esaminato (indipendentemente) il problema di tagliare un quadrato in quattro parti simili tra loro che rispettassero queste proprietà:

1. Tutte e quattro congruenti
2. Tre congruenti
3. Congruenti a due a due
4. Due congruenti e due no
5. Nessuna congruente

Hanno trovato le soluzioni ai primi quattro, ma la quinta sta resistendo. Secondo voi, esiste una configurazione che sodisfi questa proprietà?

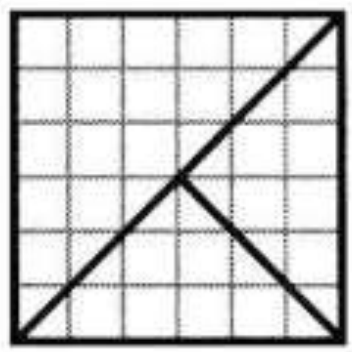
Samuel J Malty, nel *Journal of Combinatorial Theory* (Serie A, volume 66, aprile 1994, pagine 44; 52) ha dimostrato che se un rettangolo (inclusi, quindi, i quadrati) è diviso in tre parti congruenti, queste devono essere dei rettangoli. La questione se questo sia vero anche per gli altri quadrilateri convessi è ancora aperta.

Svariati lettori *[dell'articolo originale pubblicato qui il mese scorso]* hanno fatto notare che una dissezione che avevo proposto *[nella figura a fianco]* poteva essere estesa facilmente

[5] Con il nostro abituale understatement, potremmo aggiungere "quando non li scriviamo noi". Infatti, il riferimento è all'articolo di Martin Gardner del mese scorso, comparso come BJ&P46.

generando ***n*** triangoli sempre più piccoli *[Il problema originale richiedeva di "dividere un quadrato in tre parti simili, due delle quali congruenti tra loro": questa era la prima soluzione].*

I problemi di Schrerer sui quadrati sono stati generalizzati da ***Byung-Kyu Chun***, ***Andy Liu*** e ***Daniel van Vliet***: *[Prima, una premessa, anzi due: i nostri tre dividono il "problema 2" riesposto sopra in due parti: infatti le due divisioni congruenti tra loro possono essere: (2.1) più piccole della terza o (2.2) più grandi della terza. La seconda premessa è che in futuro ne parleremo ancora, probabilmente.]*

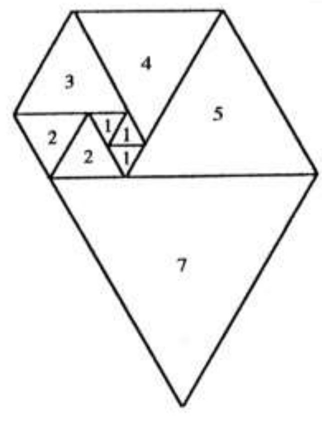


7 *La divisione estendibile.*

> Generalizziamo il problema di Schrerer e Gardner per il quadrato come segue: dato un intero m>1 e una delle sue 2^{m-1} decomposizioni (o partizioni ordinate) m=a_1+a_2+...a_n, sezionare il quadrato in m parti simili tra loro tali che ci siano a_1 figure congruenti della massima dimensione, a_2 figure congruenti della dimensione immediatamente inferiore, eccetera; nel problema originale *[tutti e tre: andatevi a rivedere il primo e il terzo, i secondi aono quelli qui sopra]*, m=3 e le decomposizioni sono: (1): 3; (2.1): 1+2; (2.2): 2+1; (3): 1+1+1.
>
> Il nostro *[dei tre qui sopra]* principale risultato è stato che il problema di dissezione ammette sempre una soluzione attraverso rettangoli se e solo se la decomposizione *non* è nella forma k+1, dove k è un qualsiasi intero positivo. Tutti i casi risolubili sono coperti da due dimostrazioni poco diverse tra loro.

Ian Stewart, nell'articolo su Scientific American del giugno 1996 (e in una nota alla fine del suo articolo del novembre dello stesso anno) parla di quello che chiama "il numero di plastica" *[e qui, siamo cascati dalla sedia: infatti avevamo accennato alla "sezione di plastica" nel lontano* RM040*, PM "La sezione aurea*[6]*"].* Questo nome gli è stato dato dall'architetto italiano Richard *[italiano?]* Padovan, che dà credito della scoperta a un architetto francese nel 1924 *[e come si chiama? Non abbiamo notizie in merito]*. Il numero deriva dalla sequenza 1, 1, 1, 2, 2, 3, 4, 5, 7, 9, 12, 16, 21… nella quale ogni numero è la somma del secondo e del terzo numero che lo precedono.

Questa sequenza è visualizzabile dai triangoli equilateri a spirale mostrati nella figura a fianco. Come la spirale di quadrati generata dai numeri di Fibonacci, è possibile tracciare una spirale logaritmica a partire da questo schema: nel caso dei quadrati la spirale era inscritta, in questo caso è circoscritta.



8 *Mettetelo nella "plastica".*

Due numeri di Fibonacci adiacenti hanno un rapporto che tende a φ, la sezione aurea 1,618033… Questo numero irrazionale è la soluzione *[maggiore]* di x nell'equazione x^2–x–1=0. La sequenza di Padovan è strettamente correlata a questa: il rapporto tra termini adiacenti tende al valore 1,324717957…, soluzione *[maggiore]* dell'equazione x^3–x–1=0. Molti matematici sono convinti che il nome "sezione di plastica" sia molto brutto; è stato proposto di chiamare questo numero "Sezione Argentea" *[prima di approvare entusiasticamente, date un'occhiata a RM048, PM "Metallika!". Il nome (come praticamente tutti i metalli) è occupato].*

[6] Se siete interessati all'argomento e alle variazioni sul concetto di sezione aurea, non possiamo che consigliarvi RM048, PM "Metallika!". Che riporta a RM020, che... Insomma, rileggeteveli tutti che facciamo prima.

[Se vi siete andati a rivedere la P46 *del mese scorso, dovreste ricordare che compariva un Φ. Trasformando le parole di MG in una più espressiva formula, si ottiene:]*

$$\frac{\Phi^2 - \Phi + 1}{\Phi} = 1{,}324\ldots$$

che è il "numero di plastica".

Esistono anche altre formule semplici che legano i due irrazionali $1/(\Phi - 1)$ e $\Phi^2 - \Phi$ *[ma, come ci fa notare Alessandro:]*

per ottenere il numero di plastica basta estrarre la radice quadrata[7] di Φ.

*[**Alessandro**,* **grazie!** *Molto interessante. Prendete esempio da lui, sfaticati!]*

Rudy d'Alembert
Alice Riddle
Piotr R. Silverbrahms

[7] …e, giacché ci siamo... Se volete calcolarla a mano, con poche semplici modifiche il metodo spiegato in RM016, PM "Frazioni Continue Aritmetiche [002]", funziona. La vostra sagacia vi avrà suggerito che esista un articolo "Frazioni Continue Aritmetiche [001]": lo trovate come PM su RM014. Maneggiate con cura, è *il primo* PM.