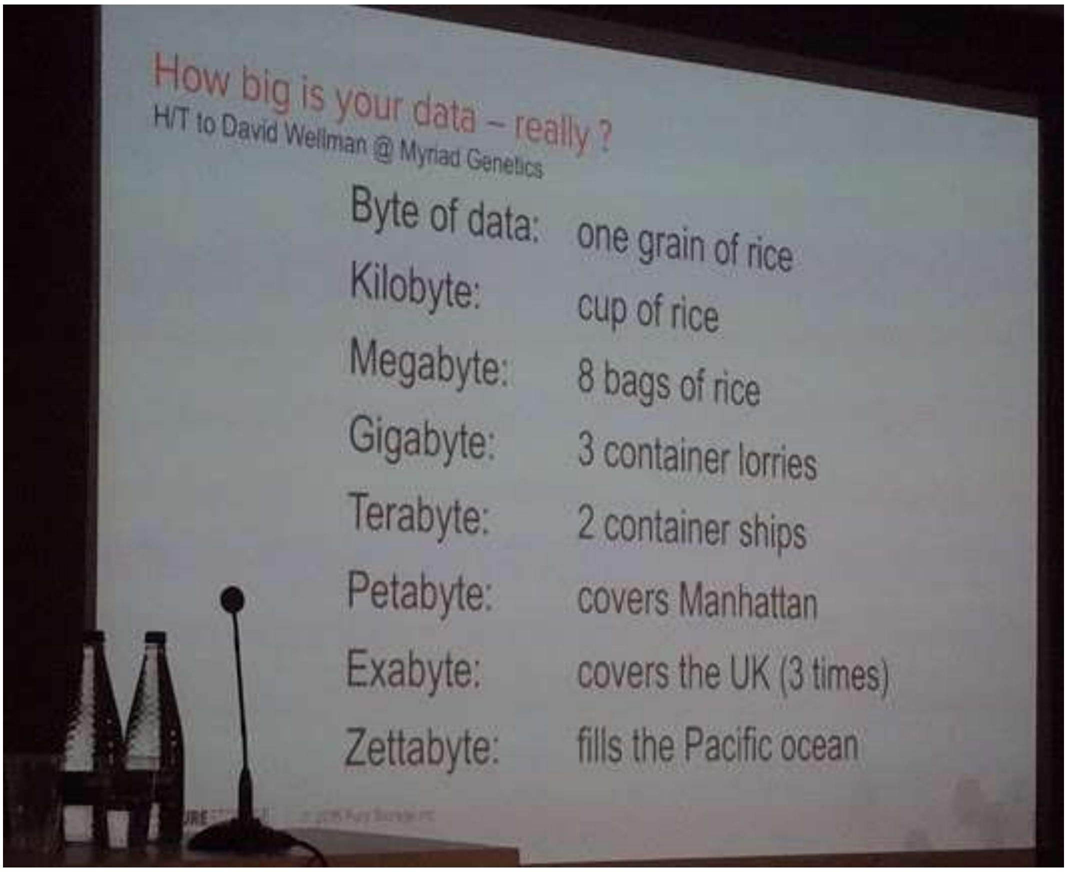
Rudi Mathematici

Rivista fondata nell'altro millennio

Numero 311 – Dicembre 2024 – Anno Ventiseiesimo



1. Taccuino di viaggio – Roma **3**

2. Problemi **13**

2.1 Don’t Panic 13
2.2 L’Eloniobirinto 13

3. Bungee Jumpers **13**

4. Era Una Notte Buia e Tempestosa **14**

4.1 I Giochi Combinatori 14

5. Soluzioni e Note **18**

5.1 [309] 18
5.1.1 “Pensa un coso, senza dirmelo...” 18
5.1.2 L’asta di Doc 18
5.2 [310] 19
5.2.1 Al Bar dei Mancini 19
5.2.2 Non ditelo ad Alice 21

6. Quick & Dirty **23**

7. Pagina 46 .... **23**

8. Paraphernalia Mathematica **26**

8.1 Cose che volano e palle che girano 26

Rudi Mathematici

Rivista fondata nell’altro millennio da

Rudy d’Alembert (A.d.S., G.C., B.S)

rudy.dalembert@rudimathematici.com

Piotr Rezierovic Silverbrahms (Doc)

piotr.silverbrahms@rudimathematici.com

Alice Riddle (Treccia)

alice.riddle@rudimathematici.com

www.rudimathematici.com

RM308 ha diffuso 3387 copie.

OK, è vecchiotta (dalle parti di una decina di anni fa), ma ogni volta che l’HD esterno ci dice che non ha spazio per il backup, a noi torna in mente. Sì, appena successo.

1. Taccuino di viaggio – Roma

"I was once a journalist. And I think of myself as a journalist, and that's it. You tell the truth. I even wrote a book called 'The Truth'."[1]

(Terry Pratchett)

Per tutta l'infanzia e tutta l'adolescenza ho avuto chi, per farmi addormentare, mi cantava una ninnananna. Non era una ninnananna che arrivava da voce umana, naturalmente: anche perché arrivare alla maggiore età con un genitore accanto al letto che canticchia una nenia a bassa voce per indurre il sonno sarebbe un po' imbarazzante. Era comunque un suono dolce, rassicurante e vagamente ipnotico, e me la cantava il Cervino.

Non la trionfale piramide di granito delle Alpi Occidentali, ovviamente: quella riesco quasi a vederla adesso, e se non la vedo posso certo indovinarla (una sessantina di chilometri, quasi perfettamente a nord) dalla finestra della camera da letto che occupo nella mia vita attuale, non quella di mezzo secolo fa. Oltre che nel tempo, quelle due camere sono lontane anche nello spazio, perché distano mezza Italia l'una dall'altra: ma il Cervino che mi cantava la ninnananna non era il maestoso e solitario Matterhorn, pietra angolare del confine tra Svizzera e Italia, ma un più modesto, quasi modestissimo, corso d'acqua che scorreva a pochi metri dalla mia cameretta da ragazzino.

Ho scoperto solo da adulto che non era neppure un corso d'acqua naturale, ma un canale artificiale d'irrigazione; artificiale, sì, ma antichissimo, dicono che ci fosse già ai tempi di Augusto. Prende l'acqua dalla zona della famosa Cascata delle Marmore, e scende le pendici della conca ternana fino ad arrivare, alla fine, a confluire nel Nera; proprio come fa il Velino, ma certo non con la stessa spettacolarità. Nel suo breve corso e percorso di vita, distribuiva l'acqua ai campi e soprattutto agli orti, perché attraversava quartieri popolari di case operaie, e nell'epoca in cui a Terni tutto girava attorno all'acciaio, gli operai reduci dai turno di fabbrica trasformavano avidamente in orto qualsiasi pezzo di terra lasciato incautamente libero dai piani catastali.

Il Cervino (il canale) non veniva mai chiamato con il suo nome ufficiale, ma con quello generico del dialetto locale: la "forma"; e i cento piccoli rivoli che da esso si diramavano diretti agli orti, ovviamente, erano le "formette". Anche l'orto di famiglia raccoglieva l'acqua da una formetta, per mezzo di una ruota a pale sulle quali erano saldati grandi barattoli di pomodori pelati: girando spinta dalla forza dell'acqua, ogni pala rubava alla formetta un paio di barattoli d'acqua che, giunti alla sommità della ruota stessa, la riversavano in un rozzo – ma ingegneristicamente affascinante – sistema di canaline che irrigavano i solchi dell'orto.

La formetta che abbeverava l'orto di famiglia nasceva proprio a meno di dieci metri dalla finestra della mia cameretta, in un punto dove la "forma", il canale propriamente detto, si lanciava giù per un dislivello di cinque o sei metri, formando una piccola cascata. Niente di terribile: perfino le mamme e i papà non si preoccupavano poi troppo quando i bambini andavano a giocare da quelle parti, anche se il rischio di cadere nella forma non era né trascurabile, né poi così improbabile. Ma non ho memoria di incidenti; in compenso, con quella piccola cascata perpetua a pochi metri dal mio letto, il rumore dell'acqua era un sottofondo costante, specie sul tardi, specie quando era ora di addormentarsi. Era quel suono la mia ninnananna, e una volta lasciata la casa dell'infanzia, mi è mancato a lungo. Provateci voi a prendere sonno senza lo sciabordio complice dell'acqua della forma, se vi ha cullato tutte le notti dai due ai diciannove anni d'età. Ricordo ancora con sorpresa quella volta che, ormai trentenne e transappenninico, mi sono ritrovato a passare una notte in un

[1] "Una volta ero giornalista. E mi considero un giornalista, e basta. Dici la verità. Ho anche scritto un libro intitolato "La verità"."

campeggio francese della Val Roya, proprio sulle rive del fiume omonimo. La tenda era troppo fredda, non avevo materassini sotto il sacco a pelo, ma il suono del fiume arrivava dolce e chiaro: ho dormito benissimo, come quando ero bambino.

1 *Ponte Matteotti*

In questo venerdì 20 gennaio 2023 non sono sul Roya, non sono nella mia casa poco distante dalla Dora Baltea, e neppure nei luoghi della mia infanzia vicino al Cervino; eppure, è per colpa di quell'acqua che vedo scorrere sotto questo ponte che mi tornano in mente questi ricordi. Il ponte è il Ponte Matteotti, e quello che ci scorre sotto è il Tevere. Non è poi tanto biondo, il biondo Tevere: chissà mai perché Orazio l'ha chiamato *flavus*, e chissà se intendeva dire proprio "biondo" o più semplicemente "giallo". Forse ai suoi tempi era proprio così, d'un giallo argilloso, ma l'acqua che vedo passare in questa fredda e luminosa mattina invernale è anche più lusinghiera, da punto di vista cromatico: certo non limpida né cristallina, ma di una placida e amichevole tonalità tra il grigio chiaro e il verde pallido, che non sta nemmeno male col paesaggio urbano di Roma, tutto attorno. Il ponte sembra mescolare marmo e mattoni, ed è dotato di grandi occhi scuri cerchiati di bianco: scoprirò poi, in altri giorni, che è un ponte non troppo vecchio, nemmeno un secolo di vita, che l'Italia fascista volle chiamare "ponte del Littorio" e l'Italia repubblicana ribattezzò col nome di Giacomo Matteotti, che proprio in questa zona fu visto libero e vivo per l'ultima volta. Ma la verità è che non sapevo niente di questo, e guardavo l'acqua ipnotizzato, perché pensavo che quella che da piccolo mi cullava, quando suonava sotto la mia finestra, proseguiva poi verso valle e da qualche parte finiva nel Nera, e il Nera abbevera il Tevere nei pressi di Orte, e quindi tutte le gocce che mi avevano cullato erano passate anche loro qua sotto, proprio sotto questo ponte. In ultima analisi, a stupirmi era solo una sorta di fratellanza da appartenenza al medesimo bacino idrografico, niente di più: eppure la cosa mi stupiva, e mi tranquillizzava al tempo stesso.

Forse il fatto che la mia ninnananna finisse con l'arrivare proprio qui, sotto questo ponte su cui mi appoggio mentre mangio un panino, mi aiuta a superare un po' la sindrome dell'impostore, che oggi è davvero messa a dura prova. Sono da poco uscito dalla cancellata di viale Mazzini 14, un indirizzo che suona familiare a tutti i miei coetanei; ho visto la grande statua del cavallo che, pur seduto o forse addirittura ferito, drizza collo e muso verso il cielo; e quasi non ricordo già più di essere sgattaiolato via, di nascosto e quasi di corsa, per paura di essere invitato a mangiare il panino in compagnia, e quindi palesare a tutti che sì, sto davvero lì, ma in fondo è tutto quasi uno sbaglio.

La mail era arrivata qualche tempo prima, da una mailbox chiamata "Cerimoniale", e ancora mi chiedo per quali strade e quali decisioni sia riuscita ad arrivare a destinazione. Era un invito a una celebrazione, forse arrivata per l'errore d'un database troppo generoso, forse solo per una forma di cortesia che presupponeva un rifiuto; ma poi, come al solito, il destino ha giocato per mischiare le carte. Una celebrazione a Roma, figuriamoci: ci sarà un teatro pieno, gente rumore e disorientamento perpetuo, che senso ha lasciare la tranquillità della campagna canavesana per passare cinque o sei ore nel frenetico labirinto della capitale? Che poi Roma, per chi è nato a un centinaio di chilometri da essa, ha sempre avuto una sorta di immanenza che incute timore: è la metropoli vicina, l'Urbe propriamente detta, quella che spande la sua presenza ben oltre il suo raccordo anulare, tanto che bisogna arrivare dalle parti di Firenze (in direzione nord) o in quelle di Napoli (in direzione sud) per sentirla affievolire un po'. Impossibile non conoscerla e temerla, se sta a meno di un'ora di treno; ci si finisce comunque spesso, in un modo o nell'altro, ma sempre con quell'aria da cugini sfigati, gente di famiglia ma sempre un po' burini, quelli che magari sanno anche arrivare da piazza San Pietro al Colosseo, ma che della Roma vera non sanno un accidente.

Io, però, sono da poco in pensione, mentre i miei due soci di RM ancora hanno impegni di lavoro, e dovrò pure imparare a fare lo sfaccendato, prima o poi. E poi bisognerà pure spendere la liquidazione, in qualche modo. E poi c'è questa scemenza dell'andare a Roma in aereo, tornare in giornata, viaggiare come se viaggiare fosse davvero un gioco da ragazzini ricchi, senza neppure il bagaglio a mano, una cosa al tempo stesso molto snob e molto beat generation, una di quelle cose che mi piacerebbe fare solo per il gusto di farle. E se sono qui, a mangiare un panino con la cotoletta sul ponte Matteotti è perché alla fine l'ho preso davvero, quasi solo per sfizio, quel volo Torino Caselle – Roma Fiumicino, e beh, non c'è che dire: anche solo quello valeva la pena.

Perché un volo che non è di lavoro, preso prima dell'alba, con aereo semivuoto, posto finestrino, è davvero una meraviglia, quando gennaio decide che questo venerdì sarà certo freddo e invernale, ma con il cielo tersissimo, pulito dai venti dei giorni precedenti. E anche se so bene che basta meno di un'ora ad arrivare, anche se so che non faccio quasi in tempo nemmeno a tentare di riconoscere le vette delle Alpi che il muso dell'Airbus già è puntato verso sud, e quasi si riconoscono nel semibuio le luci di Genova; e anche se so che non avrò il tempo di stupirmi ancora una volta di come il dito della Corsica appaia così vicino alla costa ligure da far credere che si possa arrivarci con una nuotatina da niente, e anche se so che potrò quasi subito dopo riconoscere l'Elba dalla forma a punta di freccia preistorica e le sue isole consorelle, e (manco il tempo di respirare) subito dopo l'Argentario, e la foce dell'Ombrone, quando l'aereo comincerà pigramente a perdere quota; anche se so tutto questo è la luce dell'alba invernale che cambia tutto. E non vale la pena provare a descriverla, no davvero; beato chi ci riesce, se davvero esiste.

Poi Roma, certo. Con il treno dall'aeroporto fino a Termini, poi una metro, poi a piedi: e poi boh, non trovo il numero 14 di viale Mazzini, finisco altrove, ma tanto qui un portone su due continua ad aver scritto "Rai" su qualche targa, e alla fine è proprio dal 14 che devo entrare, mostrare documenti e lettera di prenotazione, finire in una sala riempita di sedie (ma me l'aspettavo più grande), con parecchie persone (ma credevo dovessero essere di più) già sedute, e solo allora comincia la caccia alla sedia. Penultima fila, che è scelta strategicamente perché è ancora più anonima dell'ultima, e posto defilato, laterale. Quasi tutti gli altri restano ancora in piedi, in attesa dell'inizio ufficiale: chiacchierano, ridono, si capisce che si conoscono tutti. Potrebbe sembrare quasi una festicciola aziendale, se non direttamente un rinfresco di nozze, e sarà per questo che mi sento proprio come un imbucato alle nozze di due sconosciuti, perennemente nel terrore che arrivi qualcuno robusto anche se vestito elegante, che scruta e chiede con un mezzo ringhio "invitato della sposa o dello sposo?", sapendo benissimo che nessuna delle due opzioni è praticabile. In fondo, non dovrei essere poi troppo lontano dal vero; ma – diamine – sono nella sala Arazzi della sede storica della Rai, e questa è davvero una festa, e allora è naturale che quasi tutti conoscano tutti, perché alla fin fine si sta davvero festeggiando un compleanno. Si stanno celebrando i vent'anni di "Radio3 Scienza".

Meglio togliere le virgolette: Radio3 Scienza è compagna fedele, e le virgolette mettono distanza. Le undici e trenta delle mattine dei giorni feriali sono state a lungo un orario scomodo, impraticabile, prima dell'arrivo della possibilità di sentirla via rete; ma ogni volta che ci riuscivo era una mezza festa, anche se capitava quasi sempre solo viaggiando, spostandomi da un posto di lavoro a un altro. E poi ci siamo persino finiti dentro un paio di volte, noi di RM, in qualità di divulgatori semiseri di matematica, e la cosa ancora ci sorprende. E poi, e soprattutto, c'è stata quella volta lì, in cui grazie a un nostro articolo su Emmy Nöther invitarono Francesca a parlarne in diretta. Doveva essere la componente femminile della triade di RM a parlare della matematica femmina più importante del Novecento (e probabilmente di tutta la Storia), ma Francesca era impegnata come sempre, e anche un po' ritrosa, come sempre. Radio3 Scienza si accontentò di me, ed è così che finii col parlare per quasi mezz'ora con Pietro Greco.

2 *Pietro Greco*

Non so neppure dire se questo possa bastare a dire "io l'ho conosciuto". Ho conosciuto la sua voce, ma la conoscevo già, dalla radio, e si può certo dire che la voce di Pietro Greco era davvero una componente importante di tutta la sua persona. Tutti coloro che lo hanno conosciuto di persona raccontano di come tutto fosse aderente all'immaginario che era naturale formarsi anche solo sentendo la sua voce: lo sguardo sempre bonario anche se indagatore, gli occhi accesi che sembravano accendere perfino gli occhiali, per non parlare dei baffi; tutti i dettagli erano esattamente quelli che ognuno si aspettava che fossero, solo a sentirlo parlare. Ma parlare è solo un pezzo di conoscenza, e parlare al telefono un pezzo ancora più limitato, e parlare per telefono facendo una trasmissione radio è quasi solo una sublimazione impalpabile dell'idea stessa di conoscenza.

Ma a me sembrava lo stesso di conoscerlo di persona. Un po' per quel nome, che si prestava non solo ad essere così facilmente ricordato, ma anche – e forse soprattutto – per quel che diventava se del nome di battesimo presentava solo l'iniziale: "P. Greco". Ci può mai essere un nome migliore, per chi si diletta con la matematica? Ha scritto persino un libro, "*Storia di π greco",* e già la copertina riesce a incuriosire, con quella coincidenza tra soggetto e autore dell'opera. Ma non vale la pena di accennare ai suoi libri, perché ne ha scritti un'infinità: sugli scaffali di casa avevo "*Hiroshima – la fisica conosce il peccato*", e l'ho dato via. Ma non ne sono pentito, anzi: lo cercava qualcuno su "*Caccia al libro*" rubrica benemerita all'interno di *Fahrenheit*, ancor più benemerita trasmissione, sempre di Radio3, che consente a lettori alla ricerca di libri perduti di recuperarli da qualche altro lettore disposto a regalarglieli. Per quanto sia logica e naturale la gelosia dei libri, ho sempre trovato crudele negarli a chi è disperato al punto da fare appelli radiofonici pur di ottenerli, così (per la terza volta nella mia vita) ho detto sì, io ce l'ho, posso regalarlo. Ed è cosa che davvero non rimpiango: lo cercava un professore d'una scuola, lo avrebbe letto in classe. L'avrebbe poi lasciato lì, nella piccola biblioteca che la classe stava formando: c'è un destino migliore, per un libro? Lo stesso Pietro Greco, non sarebbe forse stato più che entusiasta all'idea?

Pietro era un figlio d'Ischia, e precisamente di Barano – altro nome in grado d'accendere i miei ricordi – dove era nato il 20 aprile 1955, e sempre sulla sua isola se ne è andato il 18 dicembre 2020. La notizia della sua improvvisa scomparsa ha lasciato un'intera comunità scioccata, anche se è difficile definire i margini, i confini di questa comunità. Ha scritto e lavorato con le parole per tutta la vita, Pietro: e quasi sempre di scienza, ma mai solo di scienza. Ha insegnato a comunicarla, alla SISSA di Trieste, che era solito chiamare "la sua seconda città". Ha costruito – e ci ho pensato, prima di usare questo verbo, ma resta il più adatto – ha costruito, dicevo, la Città della Scienza di Napoli. Chissà come lui avrebbe definito sé stesso: dopo tutto ha fatto anche politica attiva, anche se sempre politica per la scienza, e ha costantemente cercato di mostrare a chiunque l'importanza che ha non solo la scienza, ma proprio l'approccio scientifico alla vita quotidiana, ai rapporti interpersonali, a tutta la vita, nel senso più pieno della parola. Non posso sapere davvero cosa avrebbe risposto a questa richiesta di autodefinizione, ma sono sicuro che si sarebbe limitato a dire qualcosa tipo "sono sempre stato un giornalista".

È certo anche per questo che la mattina del 20 gennaio 2023 mi sono seduto in penultima fila per assistere alla celebrazione del ventennale di Radio3 Scienza, anche in ricordo di tutte le volte che c'era Pietro dietro quei microfoni. Ma l'ho già detto, non mi aspettavo che fosse una cosa del genere, mi aspettavo una platea più grande, dove fosse più facile nascondersi. Invece qui è difficile, anche perché mi scopro a riconoscere parecchie facce, tra quelle dei presenti: grazie al cielo, sono assai di meno quelle in grado di riconoscere me, così posso sperare di sparire, dissolvermi, e al tempo stesso sentire e vedere cosa si racconta in questo convegno. Perché, poi, alla fine, di questo si tratta: di una festa, certo, e anche di una celebrazione, certo, ma è una celebrazione un po' anomala, che cavalca e ritualizza anche principi diversi. Celebra la radio, questo è sicuro, ma la celebrazione radiofonica avrà una sua più esplicita realizzazione nel pomeriggio, e non qui. Qui si celebra la scienza, la comunicazione della scienza, e certo anche l'orgoglio della comunicazione della scienza fatta proprio dalla Rai, che è la padrona di casa. Ma è evidente anche un'altra celebrazione, e avrei dovuto tenerlo sempre ben presente, perché la locandina dell'evento l'ha mostrata subito con spietata e disarmante chiarezza: qui si celebrano soprattutto la scienza e la comunicazione della scienza che fanno le donne.

3 *La locandina*

Sono quasi tutti nomi di donna, quelli che popolano la locandina: la presidente della Rai, la presidente del CNR, la senatrice a vita, l'astronauta italiana più famosa, e così via. È soprattutto una festa delle donne che fanno e vivono di scienza. E così, anche se defilato e in penultima fila, ascolto e cullo la mia sindrome dell'impostore, ma non perché sento l'impostura del non essere donna; sento solo, forte, l'impostura del non essere un professionista della scienza, non abbastanza "scientifico" per occupare quella sedia lì, in penultima fila.

E così mi distraggo, e la distrazione, come in automobile, può essere fatale. A poche sedie di distanza vedo Roberto Natalini, che si è alzato come tutto il resto del pubblico, e che si muove nella Sala Arazzi come fosse il tinello di casa sua. Matematico, romano, accademico, direttore del più antico istituto del CNR, ideatore e fondatore di *MaddMaths!*, il maggiore sistema online di comunicazione della matematica italiano, sta parlando fitto fitto con un paio di signore, ma riesce comunque a vedermi, a riconoscermi. Diamine, ci saranno duecento persone, qua dentro, e di queste duecento forse a malapena un paio in grado di identificarmi, e mi sono subito fatto scoprire. Non posso scappare, Roberto è un amico, e infatti d'amico mi tratta: mi saluta e anziché strillarmi in faccia "che cosa diavolo ci fai tu qui, sporco impostore?" mi sorride, mi presenta alle due persone con cui stava conversando. Una, Giovanna, ha il suo stesso cognome – capita, tra fratello e sorella – e solo allora realizzo che il cognome di Roberto lo conoscevo già grazie a molte trasmissioni di Radio3, soprattutto quelle che mi cullavano a tarda sera, dopo che il Cervino aveva smesso da anni di farlo. Ma non trovo il coraggio di dirglielo e lei si defila subito, o donna fortunata, mentre io sono sempre qui, con il rischio d'essere scoperto come uno che non c'entra niente, in mezzo a tutta questa vera e autentica comunicazione scientifica e radiofonica. Io farnetico solo su una e-zine di giochi matematici, e siccome non so risolvere neppure i giochi che raccontiamo, semino sciocchezze per alzare un polverone e nascondermici dentro. Ma qua dentro non riuscirò a nascondermi ancora a lungo.

E infatti arriva subito una possibile giustiziera: Chiara Valerio. Roberto mi presenta anche a lei, e lei sorride, anche che sono pronto a scommettere che a lei la frase di presentazione ("uno dei Rudi Mathematici") non possa davvero dire alcunché. Figurarsi se ha tempo per sapere del nostro giornalino, tra i libri che scrive, l'attivismo che la attiva e "*Ad alta voce*", altra delizia della mia radio preferita, in cui sento sempre ricordare il suo nome tra i titoli di coda. Però sorride, e parla, parla veloce velocissima, e più parole arrivano alle mie sorde orecchie più io temo che mi scopra. Per la miseria, lei scrive e parla di libri, ma è pur sempre una matematica vera, ed è persino figlia di un fisico, va' a sapere cosa possa mai pensare di questo sconosciuto con gli occhiali che sono io, qua in piedi in mezzo a tutta Radio3. Provo a deviare il discorso su di lei, le dico di aver recensito un suo libro per *Le Scienze*, e lei, zac!, non è che sorrida o si stupisca, non si lusinga e non si preoccupa, ma indaga, chiede quale libro, e insomma mi ripassa la palla. Rispondo tremante "*Storia umana della matematica*" e lei fa un "Ah!" interessato, e forse accenna un sorriso, e poi mi chiede qualcosa, e io torno in allarme, già pronto a fingermi più sordo di quel che davvero sono, ma poi succede qualcosa, non so cosa, ma è qualcosa di benedetto, che attira l'attenzione della platea, forse un annuncio di chiusura, un rinvio al pomeriggio, e la platea si muove, si muovono anche le sedie, ed è davvero il momento perfetto: raggiungo la porta, percorro il corridoio, supero il tornello, saluto il cavallo di bronzo, percorro viale Mazzini, arrivo a piazza Mazzini, faccio tutto corso Settembrini ed eccomi qua, al sicuro sopra ponte Matteotti. Nel frattempo, non so come, sono perfino riuscito a comprarmi un panino.

Là sotto, il Tevere sembra guardarmi e commiserarmi allo stesso tempo. Se potesse parlare, probabilmente mi prenderebbe in giro in romanesco, con la smorfia strafottente di un Gigi Proietti o con lo sberleffo di un Ettore Petrolini. Io gli restituisco lo sguardo, un po' offeso: vabbè che sei famoso come il sacro fiume dell'Urbe, vabbè che Romagna e Toscana litigano ancora sulla proprietà del tuo luogo di nascita, ma per la miseria, ti dimentichi d'essere un fiume soprattutto umbro, umbro come me, *flavus Tiber* delle mie scatole? Sta tutta qua la tua solidarietà? Però forse ha ragione: dovrei piantarla con questa storia della sindrome dell'impostore. E sì che ero proprio convinto di averla superata, grazie alla magistrale lezione di Amy Farrah Fowler. Sì, certo, la moglie di Sheldon Cooper, quello di *The Big Bang Theory*: in uno degli ultimi episodi della serie, strapazza brutalmente i due scienziati truffaldini che stanno provando a scipparle il premio Nobel. Non appena uno dei due ammette che certe volte si sente immeritevole dei riconoscimenti che ottiene, e chiede se esista davvero una sorta di patologia di cui quella sensazione potrebbe essere un sintomo, Amy sale in cattedra, con unghie e denti bene affilati: spiega che sì, esiste, si chiama Sindrome dell'Impostore, e colpisce coloro che, in buona fede, ritengono di essere giudicati meglio di quello che sentono di meritare, e per questo si sentono in colpa. Poi, con un volume di voce che scala rapidamente tutta la curva dei decibel sopportabili, spiega anche che i due fraudolenti che le stanno rovinando la vita di sicuro sono esenti dalla Sindrome dell'Impostore, perché questa possono provarla coloro che impostori non sono, ma essendo loro impostori autentici, di sicuro non rientrano nella casistica.

Facile, no? Mi hanno aperto una nuova visione del mondo, quei tre minuti di sitcom americana. Basta frignare sulla sindrome, sei un impostore autentico; rilassati e goditi i frutti del crimine.

E allora amen, mi ripeto, che venga anche il pomeriggio, la seconda metà della giornata, come sono tutti i pomeriggi, e venga anche la seconda metà della celebrazione, come solo questo pomeriggio sarà.

Se viale Mazzini 14 significa televisione, via Asiago 10 significa (ancora più esplicitamente) radio. Ma chi l'avrebbe mai detto che fossero così vicine? Ma poi, perché mai avrebbero dovuto essere lontane, in fondo? Lo stupore non è altro che un'ulteriore dimostrazione di ingenuità e scarsa conoscenza della toponomastica romana. Conosco troppo poco la città, conosco quasi per niente la riva destra del Tevere: a memoria, situerei da questa parte del fiume giusto la Città del Vaticano, Trastevere e probabilmente il Gianicolo, e tutto il resto è un mistero. Camminando, mi sembra aver intravisto il Teatro delle Vittorie, e anche qui la memoria del pensionato è aiutata dai ricordi del ragazzino incollato alla televisione, e da qualche parte del cervello mi salta fuori la possibile esistenza di un quartiere romano che si chiama Vittoria – a meno che non stia facendo confusione con il Borgo Vittoria di Torino, dove ho pure abitato – e la connessione mi stupisce e diverte. Ma a Torino sono poche le vie che ricordano ancora il grande assedio del 1706, quello di Pietro Micca, e lo fanno quasi per caso, perché il quartiere nasce proprio sopra i luoghi della battaglia (via del Ridotto, via dei Fornelli, via delle Trincee); qui invece, a leggere le targhe delle vie, è tutta la Grande Guerra a farla da padrona, e la Grande Guerra ricorda fiumi ben diversi dal Tevere. Deve essere una sorta di memoriale, questo quartiere: e allora l'Asiago di via Asiago assume subito un'altra dimensione, non più solo alpi, altopiano e formaggio, ma Strafexpedition, Lussu e filo spinato; e non mi stupisco più nell'incrociare via Col di Lana o nel percorrere via Oslavia, e pensa te, mi dico, allora il Teatro delle Vittorie non celebrava le vittorie di Canzonissima, ma tutta un'altra razza di vittorie, quelle appena meno disgraziate (e comunque parimenti sanguinose) delle sconfitte.

E comunque eccola qua, via Asiago, e mi stupisco che sia una via normale, una semplice e onesta via urbana, che verrebbe quasi da definire anonima, se non fosse invece che, proprio per colpa della radio, anonima non è per niente, anzi è la via di un indirizzo fissato nella memoria a lungo termine, come l'indirizzo di casa quando si andava in prima elementare. Viasiagodieci (pausa) zerozerounonovecinqueroma, quasi un mantra, che conserva il suo significato a prescindere dal fatto che significhi o meno davvero un luogo o una fantasia. Ma è un luogo davvero, adesso lo vedo e lo calpesto, anche se non riesco ancora a scoprire il civico 10, perché un enorme e strano autobus rosso copre la visuale, e chissà che ci fa un autobus rosso mal parcheggiato in questa via tutto sommato stretta e poco adatta agli autobus. Col senno di poi, con il benedetto e potentissimo senno di poi, scoprirò che quell'autobus ha il suo ruolo, mezzo televisivo e mezzo radiofonico anziché mezzo pubblico, e che si anima la mattina presto, si riempie di persone che ridono e cantano, e allora che sia benedetto pure lui, se sta lì per divertire la gente.

Quando arrivo in Sala A, c'è già parecchia gente diligentemente seduta. È una sala che prevede la presenza di un pubblico, ma un pubblico da trasmissione radiofonica: i posti a sedere, situati come da greca tradizione a gradoni sfalsati, permettono la vista di quello che è allo stesso tempo un palco e uno studio, un luogo che può ospitare ospiti, illuminarli, ma soprattutto catturarne le voci e i suoni. Non è grandissima – perché mai dovrebbe essere grandissima una sala d'ascolto per il pubblico, dentro una radio? – ma in fondo tutt'altro che piccola, specie dopo essere entrati, aver salito le scale, indovinato porte di uffici, probabili studi di registrazione, ma tutto come fosse non un posto speciale – come invece certo è – ma un posto di ordinario lavoro, con gente che fa quello che vuole e deve fare, ogni giorno, e macchinette per il caffè nei corridoi. Un posto familiare, verrebbe da dire, e meno male che è così, avvolto in quotidianità operosa e privo di effetti speciali fantascientifici. Così la Sala A finisce per stupire lo stesso, senza intenzione, perché è uno spazio imprevisto, che arriva un po' all'improvviso, molto più grande di un ufficio, con vetri che evidentemente dividono palco e regia, e microfoni, e pubblico.

Già, il pubblico. A poche sedie da me c'è un'altra delle poche persone di Roma che possono riconoscermi, e lo fa: è Giovanni Spataro, mio virtuale fratello di sangue, e senza ragione alcuna che possa giustificare l'appellativo, a parte il fatto che ce lo riconosciamo entrambi, e ce lo scriviamo nelle mail. A lui tocca leggere ogni mese quel che noi di RM scriviamo sulla rubrichetta che inspiegabilmente *Le Scienze* ci lascia imbrattare da anni, e forse da anni sopporta con indulgenza e pazienza i nostri tentativi di giocare con matematica e parole. Quasi a replicare quel che è accaduto al mattino, anche lui mi presenta una giovane donna, che sorride e saluta, ma purtroppo dice solo poche parole: è un'afasia che rimpiangerò, perché si tratta di Silvia Bencivelli, la voce più radiofonica del mondo, e forse non solo radiofonica, perché non sono in grado di fare confronti, con quel "ciao" che forse mi ha detto e quello che, in giorni fortunati, mi capita di sentire. Per qualche tempo l'ho sentita condurre *Pagina 3*, alle nove del mattino, ed era un'occasione perfetta per tardare al lavoro. E di sicuro non sarebbe contenta di sapere che mi bastava la voce, e che quel che raccontava era un di più: ai giornalisti seri questo non basta mai, è anzi probabile che si arrabbino.

E forse si arrabbierebbe pure Roberta Fulci, se le dicessi che l'ho riconosciuta soprattutto perché ha gli occhi che brillano. Anche lei è una delle poche che potrebbero riconoscermi, e infatti lo fa, da lontano, agita una mano in segno di saluto, ma lei ha da fare, si sta muovendo sul palco, non è tra il pubblico ma tra chi lavora: è a lei che con una mail ho confermato la mia presenza a Roma così, quasi paradossalmente, dall'unica persona che poteva prevedere la mia presenza qui, ricevo solo un saluto lontano, e con esso il diritto di farmi dimenticare. Ma ciò non toglie che anche Roberta, come Silvia, si arrabbierebbero di sicuro, entrambe si arrabbierebbero se sapessero che questo impostore pensionato sta adesso battendo sui tasti brutali elogi di fisicità come occhi e voce, quando loro lavorano da sempre, con impegno e passione, nella comunicazione della scienza, e del loro lavoro soltanto vorrebbero sentir parlare qui. Qui, appunto: e forse si arrabbierebbero persino di più proprio perché lo faccio qui, parlando di quel che era ed è questa giornata. Perché uno dei sottotitoli dell'evento è proprio "*Dalla parte delle ragazze*", e che sia una festa al femminile lo si capiva già dal mattino, e perché qui adesso siamo dentro la radio, e perché in questo venerdì pomeriggio si mischiano due trasmissioni cruciali, con Radio3 Scienza che viene accolta da *Fahrenheit*, e certo la data è stata davvero scelta per un ventennale, ma ancora più esplicitamente, come dice il vero titolo di tutto, per parlare di "*Rossella e la Scienza*". Perché, comunque la si voglia chiamare, qualunque cosa oggi si voglia comunicare e trasmettere, c'è ben poco da fare: questo di oggi è soprattutto un saluto a Rossella Panarese.

4 *Rossella Panarese*

Mi rendo conto solo adesso che, con ogni probabilità, quasi tutte le persone che ho citato fino ad ora avevano in tasca la tessera dell'Ordine dei Giornalisti, o potrebbero averla se solo volessero. E mi rendo anche conto che, senza dubbio, questa non è altro che l'ennesima scoperta dell'acqua calda: ho trascorso la giornata nei palazzi Rai, e la Rai non può non essere piena di giornalisti. In particolare, si celebra la comunicazione, e i giornalisti sono comunicatori per definizione. È come se avessi appena capito che nella scienza sono indispensabili gli scienziati, mentre nella comunicazione della scienza gli elementi più importanti sono i sono comunicatori. Bella scoperta. Rossella lo aveva capito già quarant'anni fa, e non era stata neppure la prima a capirlo. Però lo aveva capito benissimo, e ha passato la vita a spiegarlo agli altri, ascoltatori e colleghi. Giornalista scientifico, si diceva una volta; poi divulgatore, poi comunicatore. Terminologia a parte, l'essenza è la stessa, o dovrebbe esserlo. Se questo fosse un mondo perfetto, fare il giornalista scientifico dovrebbe essere un lavoro facile: la scienza ha il mandato esistenziale di dire la verità, tanto che buona parte dei suoi sforzi è indirizzata proprio al capire fino a che grado di affidabilità, di verità, una conoscenza scientifica può arrivare. Il giornalista ha lo stesso mandato, quello di dover dire la verità, e allora dovrebbe essere facile dire la verità quando si ha per argomento la verità stessa. Ma questo non è un mondo perfetto, non ci va neppure vicino, alla perfezione: e trovare un buon giornalista scientifico è cosa complicata e difficile. Lo era Pietro Greco, lo era Rossella Panarese. Ma a differenza di Pietro, con cui ho parlato solo per telefono, Rossella posso dire di averla davvero conosciuta.

Era il settembre del 2015, e a Siena si teneva il XX Congresso dell'UMI, l'Unione Matematica Italiana. Facevo l'impostore anche lì, ma con due grosse differenze rispetto ad oggi, qui a Roma: la prima è che ero un impostore ufficializzato, perché avevo un vero e proprio pass, e persino l'obbligo di palesarmi in una specie di tavola rotonda; la seconda è che non ero da solo, perché c'era anche Rudy, e quindi eravamo due Rudi Mathematici su tre, e due impostori possono difendersi assai meglio d'uno solo, nascondendosi uno dietro le spalle dell'altro. Eravamo lì, come succedeva già spesso, per colpa del solito Roberto Natalini, che nella sua ricerca disperata di comunicatori della matematica al fine di rendere la matematica più accettabile al mondo dei non matematici, ci aveva invitati a raccontarci un po' proprio lì, a Siena, e proprio in quell'occasione, quando Siena brulicava di matematici veri.

Durante la tavola rotonda – mentre nella sala grande a fianco si parlava di matematica vera, tanto che in quella stessa sala un paio di giorni prima aveva parlato addirittura Alessio Figalli – noi poveri Rudi abbiamo millantato come al solito il millantabile, spiegato a chi c'era come e perché siamo riusciti a diventare noti quel tanto che bastava a farci arrivare lì, a un congresso senese, nonostante non fossimo altro che quello che eravamo. Poi siamo usciti, liberi da impegni, e Roberto ci ha accompagnato fuori, sotto il cielo di Siena che quel giorno era di un azzurro tanto intenso da sembrare quasi inquietante, e ha ripetuto il suo solito gesto: ci ha presentato una signora. Una sua compagna di liceo, ci ha detto: ed era lei, Rossella Panarese. Roberto ci ha presentati come "Rudi Mathematici", e non so se Rossella perse il primo bisillabo, o se la sua professione l'indirizzò subito sul termine più pregnante, "matematici" (acca o meno che fosse), che però era anche il più falso (ma lei non poteva saperlo). "Ah, bene: fanno sempre comodo, i matematici", commentò. E poi sorrise beffarda al compagno di scuola, ci guardò di sottecchi, quasi in precoce intimità, e cominciò a prendere in giro Roberto, ma non il Natalini matematico, il direttore dello IAC, il fondatore di Comics&Science e di MaddMaths, ma il Roberto diciottenne che si preparava all'esame di maturità, il compagno di classe. E io e Rudy ridacchiavamo con lei e con lui, sotto il cielo di Siena.

Adesso, qui, in questa Sala A di via Asiago 10, in questo crossover tra *Fahrenheit* e Radio3 Scienza, si celebrano i vent'anni della sua trasmissione, della sua creazione. Aveva già mandato in onda la scienza, tempo prima, con *Palomar*, altra trasmissione a cui era affezionatissima, ma Radio3 Scienza era proprio sua. Sua l'idea, sua la creazione, sua la famiglia di decine di comunicatori che si alternavano a quei microfoni, e che ancora lo fanno. Ogni giorno, da lunedì e venerdì, verso mezzogiorno, quando Radio3 Scienza finisce, il nome di Rossella viene ricordato e trasmesso in modulazione di frequenza verso tutta la nazione, ed è una cosa giusta, e bella.

Era nata il 23 ottobre 1960, se ne è andata il 1° marzo 2021, neanche tre mesi dopo Pietro Greco. Tutta la comunità italiana dei comunicatori della scienza, per quanto dotati di mentalità scientifica, si sono lasciati sbigottire da quella spietata quasi-coincidenza: entrambi cruciali nella popolarizzazione del pensiero scientifico, entrambi ancora al lavoro, entrambi, per la miseria, troppo giovani per andarsene. È molto saggio il destino a non esistere, perché in quei giorni è stato maledetto da molte persone.

Ma tant'è, e tanto vale continuare con le domande e con la capacità di stupirsi, penso una volta fuori da via Asiago, mentre mi dirigo nella vicina piazza Bainsizza, che ha il nome di undici battaglie e ricorda migliaia di caduti nella suprema scemenza della guerra, che ospita un giardino che sulla mappa ha la forma di una clessidra, e forse allora ricorda pure il tempo; e che nel giardino fa crescere un albero piantato per ricordare Rossella.

Che l'albero cresca, allora: perché alla fine, che la si raggiunga la conoscenza o meno, vale comunque la pena continuare a cercare la meraviglia, e a raccontarla, se si riesce; anche solo appena appena, per sollecitare in altri la capacità di capire, di stupirsi, e di raccontare a loro volta. Io torno giù verso il Tevere, che raccoglie ancora le acque del mio Cervino, anche se quel canale adesso è stato arginato, coperto, e sopra sono cresciuti palazzi, un pezzo ingrandito della mia scuola elementare, perfino un giardino dove una volta ho visto uno scoiattolo. Non che sia meglio o peggio della mia "forma" brulicante di piante selvagge e di animaletti misteriosi, solo diversa: ragazzini nuovi non ricorderanno il suono della cascata, ma chissà quante altre mille esperienze, tutte legate a quello stesso pezzo di pianeta, che nel frattempo è cambiato, come cambia tutto. Saluto ponte Matteotti, mi lascio inghiottire da una metropolitana, pregusto già il volo di ritorno, senza bagaglio a mano e senza fretta. Quasi certamente non sarà bello come quello del mattino, con quell'alba strepitosa: ma chissà, se tutto va bene, forse riesco a vedere gli ultimi sprazzi del tramonto sul Tirreno.

2. Problemi

2.1 Don't Panic

Da queste parti sta arrivando un'influenza... Al momento non ci ricordiamo il codice, ma a quanto pare non è abbastanza grave da meritarsi un nome tutto suo: ci si limita a chiamarla secondo la catalogazione standard H qualcosa N qualcos'altro, quindi non ci preoccupiamo particolarmente; da bravi pessimisti, però, meglio se ripassiamo come si fanno i conti; parlando d'altro, che altrimenti la gente si preoccupa.

As you surely know, my dear Watson, ogni zombie ha un'unica possibilità di infettare altre persone; l'infezione è probabilistica, e il servizio di sorveglianza ci ha segnalato che uno zombie ha 1/3 di probabilità di infettare una persona, 1/3 di probabilità di infettarne due e 1/3 di probabilità di non infettarne nessuna. Contrariamente a quanto si potrebbe credere dalla loro faccia, gli zombie sono ragionevolmente intelligenti e non cercano mai di infettarsi tra di loro; non solo ma, essendoci un periodo di incubazione, non possono presentarsi in un qualche luogo affollato e iniziare un'esplosione esponenziale di infezione. Infine, al momento non abbiamo casi, ma sappiamo per certo che c'è uno zombie in giro.

A questo punto, ci poniamo un po' di domande: tanto per cominciare, qual è la probabilità che l'infezione si auto-estingua dopo che al più due umani[2] sono stati infettati? E, in seconda istanza, quali sono le probabilità che l'epidemia svanisca da sola?

Beh, Rudy comunque l'antinfluenzale l'ha fatto, ed è in attesa del richiamo. E il primo che gli dice che è "fragile" viene picchiato.

2.2 L'Eloniobirinto

Non fidatevi troppo del terzo paragrafo (questo incluso).

Rudy non ha una grande opinione di Elon Musk; secondo quest'ultimo, il problema era irresolubile.

Rudy non ha una grande opinione di sé stesso (comunque molto migliore di quella che ha di Elonio); a lui (Rudy) pare ci sia una parentela con un problema (o meglio, un Summer Contest) che, per la soluzione canonica, aveva richiesto un intero PM.

Siete singolarmente (nel senso di "da solo, ciascuno di voi") intrappolati in un tunnel sotterraneo perfettamente circolare unicursale (gli unicursali sono gli unici labirinti che Elonio sa risolvere. Ma finisce sempre tutta la gomma), con degli interruttori a intervalli regolari alle pareti che hanno due posizioni (su e giù). Inoltre, avete carta, matita (per far di conto) e pila a lunghissima durata. Non potete fare segni sul muro o abbandonare attrezzatura e/o capi di vestiario lungo il tunnel. Il tunnel non ha segni particolari e, camminando, non potete dedurre il raggio di curvatura.

Potrete uscire solo se sapete dire il numero degli interruttori.

Se riuscite a uscire, ci vediamo l'anno prossimo (con la soluzione).

3. Bungee Jumpers

Dimostrate che esistono due costanti positive A e B tali che, se $\pi(N)$ è il numero dei primi minori di N, allora è:

$$A\frac{N}{\log N}\leq\pi(N)\leq B\frac{N}{\log N}$$

La soluzione, a "Pagina 46"

[2] ...adesso non cominciate a piagnucolare che siamo dei biechi specisti che non si curano dei diritti dei non-morti. Alcuni dei nostri migliori amici sono zombie (almeno si direbbe, dalla vivacità che mostrano) e Rudy apprezza particolarmente le "cervella" del fritto misto. E questa è la stagione giusta.

4. Era Una Notte Buia e Tempestosa

I lettori più affezionati lo avranno notato: questa è la sola rubrica della Prestigiosa Rivista Italiana di Matematica Ricreativa che viene tradizionalmente presentata con qualche frase introduttiva, quasi di convenienza. Non è troppo difficile comprenderne la ragione: tutte le altre rubriche sono diligenti e ordinate, questa invece no. Esistono le rubriche – chiamiamole così, sempre per convenienza – che non saltano nemmeno un numero, come i PM, i Compleanni, le Soluzioni &Note, i singhiozzanti Quick&Dirty, che danno i problemi nei numeri dispari e le soluzioni nei numeri pari, i BJ con le relative Pagine 46. Ci sono sempre, e se qualche volta capita che vengono registrati come "assenti ingiustificati", è perché è successo qualcosa che ha disastrato i tempi di lavoro. Poi ci sono gli Zugzwang!, più rari ma ugualmente regolari, che si presentano soltanto nei numeri della rivista che sono multipli di 4, un po' come le Olimpiadi.

Questa rubrichetta, invece, la regolarità non sa proprio cosa sia: se non abbiamo sbagliato i conti, questa è la quarantatreesima volta che si presenta sulle pagine di RM, con un andamento che definire schizofrenico è dir poco. C'è stato un momento in cui sembrava essere quasi diventata normale, uscendo per nove volte di fila da RM143 a RM151, ma è stato certo un caso, ancora ci chiediamo come sia stato possibile. Per contro, ci sono stati quasi due anni di assoluto silenzio tra RM247 e RM269, e un sacco di altre pause lunghe 16, 12, 11, 10 mesi, nell'ormai venticinquennale storia di Rudi Mathematici.

Quindi, ci limitiamo a osservare solo un paio di cose: uno, questa comparsa per tre volte di fila (RM309, RM310 e il presente RM311), ha già tutti il diritto di chiamarsi "eccezionale"; due, non abbiamo intenzione di continuare ad ammorbarvi anche questo mese nello spiegarvi come funziona. Se siete davvero ignari e curiosi, sapete ormai bene dove trovare le necessarie informazioni.

4.1 I Giochi Combinatori

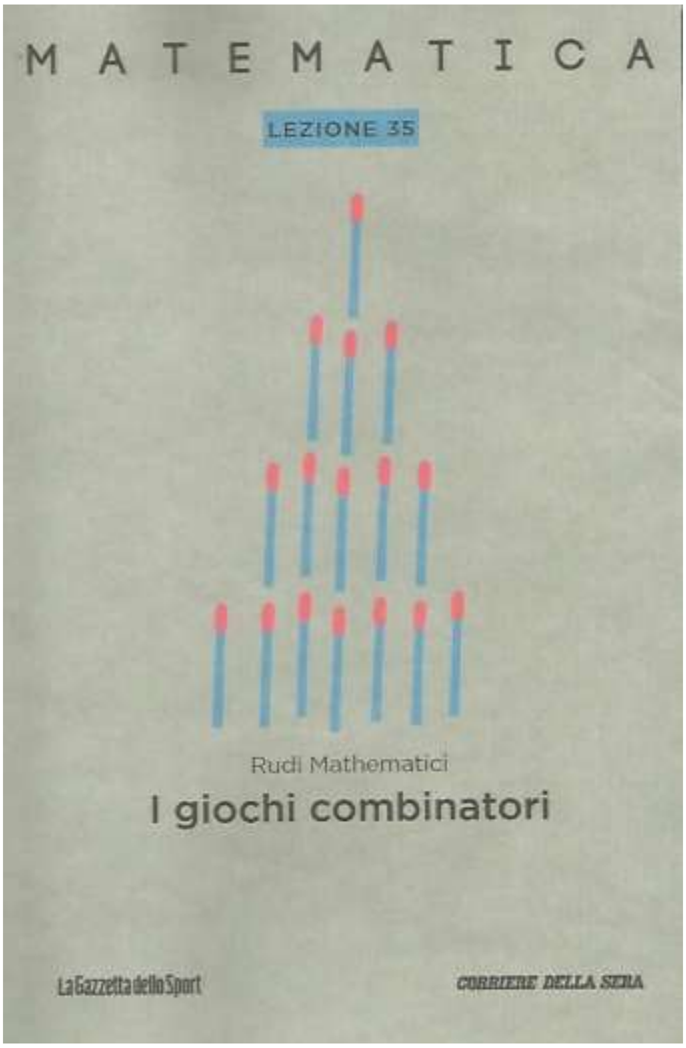
"Esiste una categoria particolarmente antipatica di umani: sono quelli che, appena avete spiegato loro un nuovo gioco, cominciano subito a giocare bene e inanellano una vittoria dopo l'altra."

A tutti i matematici piace giocare.

Come tutte le affermazioni generali e assolute, anche questa potrebbe essere demolita da qualche specifico controesempio, ma non ce ne viene in mente nessuno, nonostante una certa frequentazione con diversi soggetti dell'insieme "matematici". Prendiamola allora momentaneamente per buona, anche perché stiamo solo scribacchiando una recensione, e non sancendo una Legge Fondamentale dell'Universo.

Il lato meno divertente è che bisogna però riconoscere che non ci sono moltissimi "grandi matematici" famosi che abbiano lasciato grandi tracce nella storia di quella disciplina minore che è la Matematica Ricreativa: insomma, da una parte abbiamo Archimede, Newton, Gauss, Eulero, Riemann, Hilbert eccetera eccetera, dall'altra abbiamo Leon Battista Alberti, Édouard Lucas, Sam Loyd, Singmaster, Smullyan, Gardner eccetera eccetera; anche se non c'è certo cesura rigorosa tra i due sottoinsiemi (anzi), è pur vero che non sembra i "grandi" della matematica ricreativa siano anche i "grandi" della matematica *tout court*. Con una sola, enorme eccezione.

L'eccezione si chiama John Horton Conway. Di Conway però non parleremo troppo a lungo, un po' perché potrebbe essere già stranoto a chi legge, un po' perché coloro che non avessero la ventura di ricordarlo possono facilmente recuperare saltando nella pagina Archivio del sito di RM, aprire il numero RM118 di dicembre 2008 e leggersi il "compleanno" relativo, quello intitolato "*Per Gioco*"[3]. Ci limiteremo a ricordare il libro fondamentale che ha scritto insieme a Elwyn Berlekamp e Richard Guy, "*Winning ways (for your mathematical plays)*", che è il testo sacro dei giochi matematici, soprattutto quelli di natura combinatoria. Quel libro è un capolavoro, ma ha un paio di sostanziali difetti: anche se non si può chiamare "difetto" il fatto che esista solo in lingua inglese (o, se difetto è, non è certo colpa del libro stesso), resta 1) la questione del prezzo quasi inavvicinabile[4]; e 2) quella che, per quanto il termine "giochi" lasci pensare a un rilassante e facile modo di passare il tempo, non si tratta di un libro da prendere alla leggera. Parla di giochi, sì, ma ne parla in modo serio, serissimo, e insomma non è un libro facile.



Non è tanto facile neppure spiegare perché in questa recensione stiamo parlando di un libro di Conway quando il libro oggetto della recensione è un altro: come è facile dedurre osservando la figura qui a fianco, in effetti stiamo parlando (o quantomeno *dovremmo star* parlando) de "*I giochi combinatori*", firmato dai Rudi Mathematici, 35° volume della collana "Matematica" edita da Gazzetta dello Sport e Corriere della Sera, curata da Maurizio Codogno. Della collana abbiamo già avuto modo di parlare almeno un paio di volte, in questa stessa rubrica: assai recentemente l'abbiamo chiamata in causa per parlare del volume numero 31, *"La Matematica dei Calendari*", degli stessi autori di questo, peraltro.

Era solo il mese scorso. e spiegavamo come quel libretto fosse riuscito a coronare un vecchio sogno, quello di far "raggiungere la carta" a un nostro lavoro precedente, che era rimasto solo in forma elettronica. Questo "*I Giochi Combinatori*" ha alle spalle una storia perfino più strana del suo confratello di collana. Nel Novembre 2008, giusto sedici anni fa, vedeva la luce il secondo libro di RM, che però era anche il primo libro "consapevole", visto che il suo predecessore era stato scritto all'insaputa dei suoi autori. Era anche il libro che per primo mostrava tutti e tre i nomi degli autori in copertina, e soprattutto quello che era stato, appunto, frutto di un lavoro trino e consapevole (oltre che ragionevolmente faticoso). Edito dalla piccola ma coraggiosa e benemerita casa editrice *CS_libri*, arricchito da una

[3] http://www.rudimathematici.com/archivio/119.pdf#page=3

[4] Nel più noto tra i siti di vendita di libri online, al momento si trova l'edizione in quattro volumi (la prima edizione era suddivisa in due tomi) al prezzo di una settantina abbondante di euro ognuno, se vi sta bene averli con copertina flessibile. Se vi accontentate della versione in ebook risparmiate circa un terzo del prezzo; se invece vi incaponite a pretendere la copertina rigida, dovete moltiplicare ogni prezzo per tre.

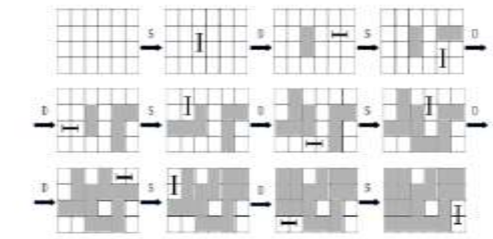
lusinghiera prefazione di Michele Emmer, il libro si intitola "*Rudi Ludi*[5]" ed era (anzi, "è"; i libri non muoiono mai) un romanzo, o perlomeno ha la forma narrativa di un romanzo: parla di un viaggio dall'Italia alla Svizzera, e coglie l'occasione per parlare delle teorie dei giochi (da cui quel "ludi" nel titolo).

Rudi Ludi è un ibrido in molti sensi: e un po' romanzo e un po' saggio, un incrocio tra fiction e non-fiction, un mix tra giochi matematici e racconti delle vite dei matematici. Soprattutto, però – ed è per questa ragione che poco sopra abbiamo parlato di "teorie" dei giochi, al plurale – si avventura sia nella Teoria dei Giochi propriamente detta (per intenderci, quella frequentata da Von Neumann, Morgenstern e Nash, tra gli altri) sia nella teoria dei giochi più giocabili, insomma quelli che possono aiutare a passare la serata tra amici attorno a un tavolo, e non solo stabilire se convenga o meno scatenare un attacco nucleare con missili ICBM all'Unione Sovietica.

Andato esaurito in breve tempo (anche perché la tiratura era abbastanza limitata), quel libro è stato poi riedito da Hachette con il titolo "*In Teoria, è un Gioco!*" e messo in vendita tramite le edicole. Insomma, ha avuto la sua dignitosa vita editoriale, perlomeno per gli standard di "vita editoriale" a cui siamo abituati noi di RM. Poi – ma anche questo lo sapete già – la collana "Matematica" di Gazzetta e Corriere si mostrata pronta a pubblicare cose di matematica quantomai varie e diverse, e la Teoria dei Giochi non poteva certo mancare. Si profilava però un guaio, anzi più d'uno: c'era innanzitutto una questione di dimensioni: *Rudi Ludi* supera il mezzo milione di caratteri, e i libri della collana sono vincolati a una paginazione assi più ridotta. Oltre a questo ostacolo già di per sé insormontabile, l'impossibilità di una ristampa integrale giaceva anche nella struttura stessa del libro (i volumetti della collana rifuggono dall'idea di romanzare la matematica) e più ancora nel fatto che la Teoria dei Giochi propriamente detta era stata già stata argomentata nel settimo volume della collana, e scritto nientemeno che da curatore stesso di tutta la collana, il solito Codogno. Insomma, il massimo che si poteva fare era recuperare la parte di quella che potremmo chiamare "Teoria dei Giochi alla Conway", ed è proprio così che nacque l'idea fondativa di questo "*I Giochi Combinatori*". Tutto semplice e chiaro, no? Oddio, forse non proprio del tutto semplice, ce ne rendiamo conto; ma la successione degli eventi aveva una sua certa logica. Riassumendola il più sinteticamente possibile, si riduceva al paradigma "prendiamo la parte dei giochi combinatori di *Rudi Ludi*, e con quell'estratto facciamo un libretto per la collana di .mau.". Solo che, come nelle migliori

[5] http://www.rudimathematici.com/archivio/119.pdf#page=14

sceneggiature di gialli, un piano che si rispetti non è un piano divertente, se non viene stravolto da capo a piedi.



...e dato che Sinistra ha posato l'ultimo domino, ha vinto.

Il punto è che tutto ciò che noi Rudi Mathematici facciamo è formalmente – oltre che affettivamente – un prodotto indivisibile di tutti e tre i loschi figuri, ma dal punto di vista meramente oggettivo c'è, inevitabilmente, una sensibile parcellizzazione e suddivisione del lavoro. Se *Rudi Ludi* ha richiesto davvero una mole di lavoro che suddividere equamente "un terzo a testa" è una stima realistica fino al quattordicesimo decimale, resta il fatto che l'argomento che poi è stato tramandato in "*I Giochi Combinatori*" non ha la stessa ripartizione, tutt'altro. Supponiamo che chi conosce almeno un po' le caratteristiche dei tre redattori abbia già capito chi ha contribuito di più (molto di più) degli altri due: noi, fedeli alla formalità che tutto quanto firmato da RM è un prodotto di RM e basta, non riveleremo comunque chi è, in ultima analisi, il solo e vero autore di questo libretto. Daremo solo un paio di vaghi indizi, per i curiosi incurabili: gli piace la birra, fuma la pipa e tormenta gli altri due sottoponendoli a raffiche di problemi.

Se avete capito di chi stiamo parlando, avrete anche immaginato come poi sia finita: ha cominciato la selezione delle cose da salvare di *Rudi Ludi*, poi ha detto che forse era meglio cambiare qualche termine, poi che forse sarebbe stato meglio modificare la struttura originale, e in quattro e quattr'otto ha scritto una cosa che con *Rudi Ludi* non ha quasi più niente a che fare. I suoi due compagni di merende hanno un rapporto ambivalente con i giochi combinatori, e hanno provato a seguirlo un po', poi hanno timidamente deciso che il libretto poteva crescere vispo e sano anche solo con sue le cure parentali. È finita con un prodotto che riuscirà a spiegarvi perché i giocatori standard si chiamino sempre Alice e Bob, e quale dei due giochi immancabilmente per primo: perché certe volte i due cambino nome e assumano le oscure identità di Sinistra e Destra; li vedrete affrontarsi e scannarsi – ma entrambi armati di rigorosa logica matematica – su campi di battaglia che si chiamano Domineering, Toppling Dominoes, Nim, e dozzine di altri. Come sempre nei volumi di questa collana, troverete anche storie scritte da autori diversi, come lo stesso curatore che, tanto per fare il bastian contrario, ha deciso di fare la sua parte di "giochi matematici" parlando dei giochi "alla rovescia", e a completare l'originalità giocosa di tutto il libro, Sara Zucchini ha tirato fuori, per i suoi "maestri della matematica", quel burlone di Bourbaki.

Ma tutto il resto è roba sua, del Capo. Ogni capitolo tratta elementi dei giochi, quegli elementi che spesso si trascurano: le classi, le somme, i valori, le astrazioni dei giochi; o la loro parzialità o imparzialità – perfino gli scacchi non sono imparziali, lo sapete, no? – e così via. Il curatore, che di matematica ne sa molta più di noi, ha detto che dopo aver letto questo libro si può provare a leggere *Winning Ways* di Conway. Rudy non lo dice esplicitamente, ma immaginiamo che abbia incorniciato e appeso la frase in salotto.

Titolo	I Giochi Combinatori
Autori	Rudi Mathematici
Editore	Gazzetta dello Sport – Corriere della Sera
Collana	"Matematica" (diretta da Maurizio Codogno), vol.35
Data Pubblicazione	10 ottobre 2024
Pagine	157
ISBN	9772037021709-40035
Prezzo	6,99 euro (più il prezzo del quotidiano)

5. Soluzioni e Note

Dicembre!

Sempre più in ritardo, sempre più in affanno, un altro anno è passato e siamo pronti a mandare auguri in mille forme, inclusa la classica strenna dei Rudi, che vi farà compagnia per tutti i 365 giorni del 2025. Quindi perdonateci, se ci perdiamo qualcosa ogni tanto, e continuate a scriverci e a mandare soluzioni.

5.1 [309]

5.1.1 "Pensa un coso, senza dirmelo..."

Incredibilmente sono ancora arrivate soluzioni dopo che avevamo chiuso il pezzo, quindi pubblichiamo qui ancora qualcosa per il mese passato. Il primo problema di ottobre era questo:

> *Alice e Doc pensano un polinomio p(x): in una variabile, a coefficienti interi e positivi e di grado n; né n né il polinomio vengono comunicati a Rudy. Rudy chiede il valore del polinomio per un certo numero a e i due gli comunicano il risultato; a questo punto, il Nostro chiede il valore del polinomio per un certo numero b e anche in questo caso gli viene comunicato il risultato. Rudy enuncia il polinomio, come fa?*

Il mese scorso abbiamo pubblicato le soluzioni di ***Marco***, ***Valter***, ***Galluto***, ***Luigi*** e ***BR1***. Ci ha poi scritto ***Alberto R.***, il grande fustigatore, poco prima della pubblicazione di RM, e ci dispiaceva non pubblicare la sua prosa:

> "*… e per ora ci ha sempre indovinato…*" Se ci accontentiamo di indovinare non sempre ma quasi sempre basta chiedere il valore del polinomio una sola volta. Infatti se ti chiedo di scrivere, a tua scelta, un polinomio a coefficienti interi e positivi, senza spiegarti il motivo della mia strana richiesta, è poco probabile che tu abbia la pazienza di scrivere, senza scopo, coefficienti di molte cifre. Probabilmente mi risponderai sbrigativamente con qualcosa di simile a
>
> $$P(x) = 4x^3 + 12x^2 + 7x + 1$$
>
> Se ora ti chiedo di calcolare P(1000) tu mi risponderai con
>
> $$P(1000) = 4012007001$$
>
> Dove i 4 coefficienti del polinomio spiccano come papaveri in un campo di grano.

Poetico, perfino. Vediamo l'altro problema.

5.1.2 L'asta di Doc

Il secondo problema di ottobre andava più o meno in questa direzione:

> *Un volume è valutato tra i* 500 *e i* 1000 *centesimi. Mancano gli offerenti all'asta, e dei procuratori ci offrono degli astanti, al prezzo di* 10 *centesimi per ogni offerente. L'asta ha le seguenti regole: vince chi fa l'offerta più alta, ma chi vince paga la cifra indicata dall'offerta immediatamente inferiore. Sappiamo che le offerte saranno distribuite uniformemente in modo casuale nell'intervallo* [500, 1000]. *Quanti astanti richiediamo per massimizzare il guadagno? E se si prendesse l'offerta massima, quanti dovrebbe richiederne?*

Il mese scorso abbiamo pubblicato i contributi di ***Valter***, ***Galluto*** e ***Luigi***. Qui la versione di ***Alberto R.***:

> N numeri scelti a caso con distribuzione di prob uniforme nell'intervallo 500 ~1000 lo dividono in N+1 sottointervalli mediamente della stessa ampiezza
>
> $$A = (1000 - 500) / (N+1)$$
>
> quindi la seconda offerta più alta vale
>
> $$500 + A(N - 1)$$

ed è questo l'incasso lordo di Doc, cui va detratta la spesa di $10N$ che egli sopporta per procurarsi i partecipanti all'asta.

In definitiva il guadagno di Doc è

$$500[1+(N-1)/(N+1)] - 10N$$

Che assume il valore massimo (810) per $N = 9$.

No, non è uguale alle altre soluzioni. Ma lo sapete benissimo che cosa ne pensa questa redattrice quando si comincia ad usare il termine probabilità. Chiudiamo qui e passiamo alle soluzioni dei problemi di novembre.

5.2 [310]

5.2.1 Al Bar dei Mancini

Tra i miei problemi preferiti ci sono senz'altro quelli logistici. Questo a me è sembrato proprio divertente:

Rudy e Doc si sono dati appuntamento al Bar dei Mancini. Uscendo di casa, Doc guarda l'orologio, quindi con passo costante si reca all'appuntamento. Esattamente un'ora dopo il proprio arrivo Doc torna a casa, ma alzandosi guarda l'orologio del Bar, che segna esattamente la stessa ora di quando è partito da casa. Il ritorno a casa di Doc si svolge ad una velocità che è la metà di quella dell'andata; giunto a casa, verifica sul proprio orologio che l'intera operazione di andata, stazionamento e ritorno ha impegnato due ore e un quarto del suo tempo. Sapendo che l'orologio del Bar si muove in senso antiorario, e va guardato nello specchio, a che ora è uscito di casa Doc?

La prima soluzione è quella di ***Valter***:

La prima parte del problema si risolve tramite l'equazione:

$$x + 60 + 2x = 135$$

("x" sono i minuti impiegati da Doc nel tragitto di andata).

Spiego:

- 135 sono, in minuti, le 2°15'impiegate complessivamente (quanto ci mette Doc tra andata stazionamento e ritorno)

- 60 sono i minuti di stazionamento di Doc presso Rudy

- $2x$ perché la velocità al ritorno è metà di quella abituale.

Risolvendo si ha che il tragitto di andata è di 25 minuti (e il tempo tra andata e stazionamento è di 25+60=85 minuti).

Per la seconda parte del problema utilizzo un'equazione che:

- calcolo l'orario di partenza in minuti dalla mezzanotte

- nell'equazione "x" sono le ore e "y" i minuti alla partenza

- primo membro dell'equazione:

-- alle ore sommo i sessantesimi di un'ora dati dai minuti (la lancetta delle ore si sposta al passare dei minuti)

-- e sommo gli 85 minuti per arrivare all'ora di partenza (Doc parte da Rudy, per tornare a casa, dopo 60 minuti)

- secondo membro dell'equazione:

-- lo stesso calcolo ora di ritorno, ma sull'orologio di Rudy

-- nell'orologio per mancini le lancette sono simmetriche (sull'asse 6°/12° quelle delle ore e minuti si invertono).

Aggiungo i vincoli:

- le ore tra 0 e 12

- i minuti tra 0 e 60

- l'ora deve esse un intero.

Potrei ignorare ore 12 e 60 minuti perché corrispondono a 0. Ecco l'equazione con i suoi vincoli:

$$60\left(x+\frac{y}{60}\right)+85=60\left(12-x-1+\frac{60-y}{60}\right)$$

con:

- $0 \le z \le 24$
- $0 \le y \le 60$
- $x = \lfloor z \rfloor$

Per risolvere l'equazione con Mathematica, l'input da usare è:

60(x+(y/60))+85=60(12-x-1+(60-y)/60),0<=z<=24,0<=y<=60,x=floor(z)

Semplifico l'equazione:

Sviluppiamo i termini:

$$60x+y+85=60(11-x)+(60-y)$$

Espandiamo la parte a destra:

$$60x+y+85=660-60x+60-y$$

Sommiamo i termini simili:

$$60x+y+85=720-60x-y$$

Portiamo tutti i termini da un lato:

$$60x+60x+y+y=720-85$$

$$120x+2y=635$$

Isolo la y:

$$2y=635-120x$$

$$y=\frac{635-120x}{2}$$

Gestisco i vincoli:

Per calcolare x e y, consideriamo i vincoli:

- $0 \le z \le 24$ implica $0 \le x \le 24$.
- $0 \le y \le 60$.

Per soddisfare il vincolo su y, imponiamo:

$$0 \le \frac{635-120x}{2} \le 60$$

Vincolo inferiore ($y \ge 0$):

$$635-120x \ge 0 \implies x \le \frac{635}{120} \approx 5.2917$$

Poiché x è un intero, $x \le 5$.

Vincolo superiore ($y \le 60$):

$$\frac{635-120x}{2} \le 60 \implies 635-120x \le 120$$

$$120x \ge 515 \implies x \ge \frac{515}{120} \approx 4.2917$$

Poiché x è un intero, $x \ge 4$.

Da $4 \leq x \leq 5$, calcoliamo i corrispondenti y:

1. Per $x = 4$:

$$y = \frac{635 - 120 \cdot 4}{2} = \frac{635 - 480}{2} = \frac{155}{2} = 77.5$$

Questo valore non soddisfa $0 \leq y \leq 60$, quindi non valido.

2. Per $x = 5$:

$$y = \frac{635 - 120 \cdot 5}{2} = \frac{635 - 600}{2} = \frac{35}{2} = 17.5$$

Questo valore soddisfa i vincoli.

Unica soluzione valida: x=5, y=17.5, quindi, partenza: 5° 17′ 30″ (più le due ore e un quarto, Doc ritorna a casa alle: 6° 42′ 30″).

Per la seconda soluzione valida si deve tenere conto delle ore 12 (la lancetta delle ore supera le ore 12 durante il tragitto di Doc).

L'equazione, con Mathematica, è simile alla precedente con una modifica:

60(x+(y/60))+85-720=60(12-x-1+(60-y)/60),0<=z<=24,0<=y<=60,x=floor(z)

(all'orario di arrivo di Doc espresso in minuti, se ne tolgono 720'=12°).

Che ha soluzione x=11 y=17.5, partenza 11° 17′ 30″ e arrivo 12° 42′ 30″.

Ho realizzato due filmati, usando GeoGebra, degli orologi di Doc e Rudy (fornisco anche i due file formato GeoGebra oltre alle loro animazioni): https://drive.google.com/drive/folders/12OsrJVdwHxBwDp5iBClboi_TWO7S-HWY?usp=sharing

Questa volta il programma è da scaricare, potete farlo anche voi. La prossima soluzione è di ***Luigi***:

Indichiamo con x il tempo impiegato da Doc per andare da casa al bar.

Dai dati del problema possiamo ricavare l'equazione $x + 1h + 2x = 2h\,15min \rightarrow x = 25\,min$.

Sappiamo quindi che tra la partenza da casa e la partenza dal bar è trascorsa $1h\;25\;min$. Sappiamo inoltre cha partenza da casa e partenza dal bar sono due orari simmetrici. Per essere simmetrici gli orari devono essere a cavallo o delle 12h o delle 6h.

Quindi dividendo in due il tempo trascorso $\frac{(1h\;25\;\mathrm{min})}{2} = 42\;\mathrm{min}\;30\;sec$.

Avremo che Doc è uscito di casa o alle $5h\;17\;\mathrm{min}\;30\;sec$ francamente improbabile o alle $11h\;17\;\mathrm{min}\;30\;sec$ orario più verosimile a detta di chi lo conosce.

Risultato che coincide con quello di ***Valter*** e non ci lascia altro da fare che passare al problema successivo.

5.2.2 Non ditelo ad Alice

Come chiaramente si capisce dal titolo, il Capo ama sfidare Alice, che edita tutti i numeri di RM (non solo le S&N), quindi è quella a cui il messaggio è diretto. Se solo sapeste quello che mi tocca leggere… Ma restiamo in tema, e vediamo il testo del problema:

Quali valori reali di x soddisfano la seguente equazione:

$$\lfloor x \rfloor + \{2x\} + \lceil 3x \rceil = 5$$

dove $\lfloor x \rfloor$ *significa "approssimate all'intero immediatamente inferiore o uguale",* $\lceil x \rceil$ *significa "approssimate all'intero immediatamente superiore o uguale" e* $\{x\}$ *significa "se la parte decimale è minore di* 0.5 *approssimate all'intero inferiore, se maggiore o uguale all'intero superiore".*

Il Capo si chiedeva come risolvere questo tipo di problemi, vediamo che cosa ne hanno fatto i nostri soliti sospetti, cominciando, perché no, con ***Valter***:

La somma $\lfloor x\rfloor+\{2x\}+\lceil 3x\rceil$ vale 0 per x=0 e inizia a valere 6 da x=1.

La soluzione della nostra equazione, quindi, si trova fra: $0< x <1$.

In tale range $\lfloor x\rfloor$ è sempre uguale a 0; quindi, lo posso ignorare.

L'equazione del problema si può così semplifica in: $\{2x\}+\lceil 3x\rceil = 5$.

La somma di $\{2x\}+\lceil 3x\rceil = 5$ per $0<x<1$ può essere espressa solo come:

- 0+5 con $\{2x\}=0$ e $\lceil 3x\rceil=5$
- 1+4 con $\{2x\}=1$ e $\lceil 3x\rceil=4$
- 2+3 con $\{2x\}=2$ e $\lceil 3x\rceil=3$

(in quanto $\{2x\}$ è, in ogni caso, inferiore oppure uguale a: $\lceil 3x\rceil$).

Verifico le tre possibilità:

- $\{2x\} = 0$ con $0< x <1/4$ (in tale range $\lceil 3x\rceil = 1$)
- $\{2x\} = 1$ con $¼ \leq x < ¾$ (in tale range $\lceil 3x\rceil = 1$ sino a 1/3, poi 2 sino a 2/3 e infine 3)
- $\{2x\} = 2$ con $3/4 \leq x < 1$
 (in tale range $\lceil 3x\rceil = 3$).

Nel terzo caso si ha l'accoppiamento valori $\{2x\}$ e $\lceil 3x\rceil$ previsto.

Quindi x=[3/4, 1) è il range di valori che soddisfano l'equazione.

Bene, si direbbe che la faccenda sia solo complicata dal punto di vista grafico. ***Alberto R.***, nel suo pragmatismo, ha risolto il problema grafico insieme al quesito stesso in modo brillante:

L'equazione $F(x) = \text{floor}(x) + \text{round}(2x) + \text{ceil}(3x) = 5$ è verificata per $0{,}75 \leq x < 1$ come risulta dal fatto che la $F(x)$ è non decrescente e, detto q un "quasizero", risulta:

$$F(0{,}75 - q) = 4$$
$$F(0{,}75) = 5$$
$$F(1 - q) = 5$$
$$F(1) = 6$$

E lo vedete chiaramente, il "quasizero" è una splendida versione di epsilon. Ma non ci possiamo ancora fermare, ***Luigi*** ha risolto in modo generale:

Partiamo direttamente dalla generalizzazione con l'equazione:

$$\lfloor ax\rfloor + [bx] + \lceil cx\rceil = S \qquad \text{con } a, b, c \text{ ed } S \text{ interi positivi} \qquad (1)$$

e cerchiamo l'intervallo di x per cui è soddisfatta.

Partiamo dall'equazione:

$$ax + bx + cx = S \qquad (2)$$

Otterremo un valore per x che sostituiremo nell'equazione (1).

Se l'equazione (1) sarà soddisfatta calcoleremo l'intervallo di x per ogni elemento a sinistra dell'equazione che ne mantiene il valore. Il risultato finale sarà l'intersezione tra i tre intervalli trovati.

Nel nostro caso specifico avremo:

$$\lfloor 1x\rfloor + [2x] + \lceil 3x\rceil = 5 \qquad (1)$$
$$1x + 2x + 3x = 5 \qquad (2)$$

La soluzione della (2) sarà $x = \frac{5}{6}$

Lo sostituiamo nella (1) e avremo:

$$\lfloor 5/6\rfloor + [5/3] + \lceil 5/2\rceil = 5 \rightarrow 0 + 2 + 3 = 5 \rightarrow 5 = 5$$

L'intervallo per il primo elemento sarà: $0 \leq x < 1$

Per il secondo sarà: $1{,}5 \leq 2x < 2{,}5 \rightarrow 0{,}75 \leq x < 1{,}25$

Per il terzo sarà: $2 \leq 3x < 3$ → $2/3 \leq x < 1$

Per cui la soluzione sarà: $0{,}75 \leq x < 1$

Se, sostituendo il valore di x trovato nell'equazione (2), l'equazione (1) non è soddisfatta, l'equazione non ammette soluzione reale.

Provare ad esempio l'equazione: $\lfloor 1x \rfloor + [2x] + \lceil 3x \rceil = 7$.

Il Capo sarà molto soddisfatto. Alice – come al solito – un po' meno, perché vince sempre lui. Prendiamo ancora un paio di righe per augurarvi delle feste meravigliose, buona fine e buon inizio e tanta matematica. Alla prossima!

6. Quick & Dirty

Anna[6] ha tanti fratelli quante sorelle; ogni fratello di Anna ha il 50% in più di sorelle rispetto ai fratelli. Quanti figli ci sono, nella famiglia di Anna?

7. Pagina 46

Consideriamo l'espressione:

$$\binom{2n}{n} - \frac{(2n)!}{(n!)^2}$$

Dal teorema binomiale, si ha:

$$1 + \binom{2n}{1} + \binom{2n}{2} + \cdots + \binom{2n}{n} + \cdots + \binom{2n}{2n-1} + 1 = (1+1)^{2n} = 2^{2n}$$

e quindi

$$\binom{2n}{n} < 2^{2n}.$$

Inoltre,

$$\binom{2n}{n} = \frac{2n \cdot (2n-1) \cdot (2n-2)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot n} = \frac{2n}{n} \cdot \frac{2n-1}{n-1} \cdot \frac{2n-2}{n-2} \frac{n+1}{1} \geqslant \underbrace{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot \ldots \cdot 2}_{nvolte} = 2^n$$

e quindi

$$2^n \leqslant \binom{2n}{n} \leqslant 2^{2n}.$$

Consideriamo ora la scomposizione a fattori primi del termine medio qui sopra. In un generico fattoriale *k!*, il primo p compare alle potenze (le parentesi quadre indicano la parte intera del valore):

$$\left[\frac{k}{p}\right] + \left[\frac{k}{p^2}\right] + \left[\frac{k}{p^3}\right] + \cdots$$

per comprendere questo, consideriamo che tra i k fattori di $k!=1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot k$ ve ne sono $[k/p]$ che sono divisibili per p, $[k/p^2]$ divisibili per p^2 (e che quindi devono essere contati due volte), eccetera. Quindi, solo i primi p_1, p_2, …, p_r, dove $p_r \leq 2^n \leq p_{r+1}$ appaiono nella scomposizione in fattori primi di $\binom{2n}{n} = \frac{(2n)!}{(n!)^2}$, e ogni p appare alla potenza:

$$\left[\frac{2n}{p_i}\right] + \left[\frac{2n}{p_i^2}\right] + \cdots + \left[\frac{2n}{p_i^{q_i}}\right] - 2\left\{\left[\frac{n}{p_i}\right] + \left[\frac{n}{p_i^2}\right] + \cdots + \left[\frac{2n}{p_i^{q_i}}\right]\right\} = \left(\left[\frac{2n}{p_i}\right] - 2\left[\frac{n}{p_i}\right]\right) + \left(\left[\frac{2n}{p_i^2}\right] - 2\left[\frac{n}{p_i^2}\right]\right) + \cdots$$
$$+ \left(\left[\frac{2n}{p_i^{q_i}}\right] - 2\left[\frac{n}{p_i^{q_i}}\right]\right)$$

Dove q_i è il massimo intero per cui $p_i^{q_i} \leqslant 2$.

[6] Quelli *veramente* cattivi scrivono "Andrea", che in qualche parte del mondo è femminile. No, noi ci stiamo preparando al Natale.

Ma dalla definizione di parte intera di un numero si ha che $[a]$–$[a/2]$ vale 0 o 1, indipendentemente dal valore di a; quindi deve essere:

$$\left(\left[\frac{2n}{p_i}\right]-2\left[\frac{n}{p_i}\right]\right)+\left(\left[\frac{2n}{p_i^2}\right]-2\left[\frac{n}{p_i^2}\right]\right)+\cdots+\left(\left[\frac{2n}{p_i^{q_i}}\right]-2\left[\frac{n}{p_i^{q_i}}\right]\right)\leqslant\overbrace{1+1+\cdots+1}^{n\text{ termini}}=q_i$$

Quindi, p_i appare ad una potenza $\leq q_i$ nello sviluppo in fattori primi di $\binom{2n}{n}$, da cui:

$$\binom{2n}{n}\leqslant p_1^{q_1}p_2^{q_2}\dots p_s^{q_r}\leqslant(2n)(2n)\dots(2n)=(2n)^r$$

dove $r=\pi(2n)$, ossia è pari al numero dei primi che non eccedono $2n$. Possiamo allora riscrivere l'ultima diseguaglianza nella forma:

$$\binom{2n}{n}\leqslant(2n)^{\pi(2n)}$$

D'altra parte,

$$\binom{2n}{n}=\frac{2n(2n-1)\cdots(n+1)}{1\cdot2\cdot3\cdots n}$$

(se indichiamo i primi minori di n come p_1, p_2, …, p_s) è divisibile per il prodotto di tutti i primi p_{s+1}, p_{s+2}, …, p_r maggiori di n ma non eccedenti $2n$. Quindi

$$\binom{2n}{n}\geqslant p_{s+1}p_{s+2}\cdots p_r$$

Sostituendo ognuno di questi primi con il (strettamente minore) numero n, si ha che:

$$\binom{2n}{n}>n\cdot n\cdot n\cdots n=n^{r-s}$$

dove $r=\pi(2n)$ e $s=\pi(n)$. Quindi si ricava:

$$2^n\leqslant(2n)^{\pi(2n)}$$

Prendendo il logaritmo (decimale) di entrambi i membri:

$$\pi(2n)log(2n)=nlog2$$

o:

$$\pi(2n)\geqslant\frac{log2}{2}\frac{2n}{log(2n)}=0.151\dots\cdot\frac{2n}{log(2n)}$$

Quindi, per N pari (N=$2n$), abbiamo ottenuto una delle diseguaglianze richieste; è possibile dedurre una diseguaglianza similare per N dispari e maggiore di 1 notando che $2n/(2n+1)\geq2/3$. Da questa diseguaglianza segue:

$$\pi(2n+1)log(2n+1)>\pi(2n)log(2n)\geqslant\frac{log2}{2}(2n)\geqslant\frac{2}{3}\cdot\frac{log2}{2}(2n+1)$$

in modo tale che:

$$\pi(2n+1)>\frac{log2}{2}\frac{2n+1}{log(2n+1)}=0.10034\dots\frac{2n+1}{log(2n+1)}$$

Quindi, per tutti gli N>1,

$$\pi(N)>0.1\frac{N}{logN}$$

Che è la prima delle due diseguaglianze.

Per quanto riguarda la seconda, notiamo che per quanto visto sopra è:

$$n^{\pi(2n)-\pi(n)}<2^{2^n}$$

Prendendo i logaritmi, otteniamo:

$$[\pi(2n)-\pi(n)]logn<2nlog2$$

e quindi

$$\pi(2n)-\pi(n)<2log2\frac{n}{logn}=0.60206\dots\frac{n}{logn}$$

Supponiamo ora x sia un numero arbitrario maggiore di 1 (non necessariamente intero), e sia n=[x/2]. Allora [x] varrà $2n$ o $2n$+1, e (visto che n/log n>1):

$$\pi(x)-\pi\left(\frac{x}{2}\right)\leqslant\pi(2n)-\pi(n)+1<2log2\frac{n}{logn}+1<(2log2+1)\frac{n}{logn}=1.60206\ldots\frac{n}{logn}$$

Si dimostra facilmente che per n≥3 e n<x si ha che n/log n< x/log x; quindi, per [x/2]≥3 si ha:

$$\pi(x)-\pi\left(\frac{x}{2}\right)<(2log2+1)\frac{x}{logx}$$

Quest'ultima diseguaglianza vale anche per [x/2]<3 (e quindi per x<6). Per x<10 (e quindi per log x <1) sarà:

$$\pi(x)-\pi\left(\frac{x}{2}\right)\leqslant\pi(x)<x<\frac{x}{logx}<(2log2+1)\frac{x}{logx}$$

che quindi sarà genericamente valida per x>1.

Da questo si ottiene la diseguaglianza:

$$\pi(x)logx-\pi\left(\frac{x}{2}\right)log\frac{x}{2}=\left[\pi(x)-\pi\left(\frac{x}{2}\right)\right]logx+\pi\left(\frac{x}{2}\right)\left(logx-log\frac{x}{2}\right)<$$
$$<(2log2+1)\frac{x}{logx}logx+\pi\left(\frac{x}{2}\right)log2<\left(2log2+1+\frac{log2}{2}\right)=1.75257\ldots x$$

Supponiamo ora N si un intero arbitrario; per quanto visto qui sopra,

$$\pi(N)logN-\pi\left(\frac{N}{2}\right)log\frac{N}{2}<1.75257\ldots N$$
$$\pi\left(\frac{N}{2}\right)log\frac{N}{2}-\pi\left(\frac{N}{4}\right)log\frac{N}{4}<1.75257\ldots\frac{N}{2}$$
$$\pi\left(\frac{N}{4}\right)log\frac{N}{4}-\pi\left(\frac{N}{8}\right)log\frac{N}{8}<1.75257\ldots\frac{N}{4}$$

...

$$\pi\left(\frac{N}{2^{k-1}}\right)log\frac{N}{2^{k-1}}-\pi\left(\frac{N}{2^k}\right)log\frac{N}{2^k}<1.75257\ldots\frac{N}{2^{k-1}}$$

Scegliendo k tale che 2^k>N e sommando tutte queste diseguaglianze, otteniamo:

$$\pi(N)logN-\pi\left(\frac{N}{2^k}\right)log\frac{N}{2^k}<1.75257\ldots\left(N+\frac{N}{2}+\frac{N}{4}+\cdots+\frac{N}{2^{k-1}}\right)=$$
$$=1.75257\ldots\frac{N-\frac{N}{2^k}}{1-\frac{1}{2}}<3.50514\ldots N<4N$$

Data la scelta di k, $N/2^k$<1, e quindi $\pi(N/2^k)$=0. Da questo si ricava:

$$\pi(N)<4\frac{N}{logN}$$

che è la tesi.

8. Paraphernalia Mathematica

Ci stiamo accorgendo che, da un po' di tempo, questa rubrica sta preoccupantemente puntando, più che alla matematica, alla realtà. Ogni Vero Matematico tende ad ignorare questa spiacevole contingenza, quindi proveremo a mantenere queste brevi note più sul teorico, promesso.

Dalla prossima volta.

8.1 Cose che volano e palle che girano

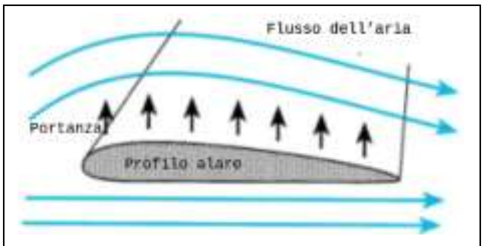
Far volare un aeroplano senza teoria è come fare a pugni con un fantasma.

David Thornburg

Anche se una ragionevole comprensione degli aspetti teorici del volo è stata raggiunta nell'arco di una ventina d'anni dallo storico volo dei fratelli Wright (in particolare grazie ai contributi di ***Ludvig Prandtl***, *Tragfluglthoerie*, 1918), la spiegazione che si ritrova più facilmente nella divulgazione (e anche in qualche testo di fisica "pigro") "ha dei problemi".

Ad esempio (David Macaulay, *The Way Things Work*):

> *La sezione di un'ala è detta profilo alare, ed ha una forma specifica. Quando l'ala si muove nell'aria, questa si divide e passa attorno alla superficie alare. Il profilo alare è curvo in modo tale da costringere l'aria che si muove al di sopra dell'ala ad una velocità maggiore di quella che si muove al di sotto. L'aria che si muove più velocemente ha una pressione minore di quella che passa al di sotto, e quindi la pressione è minore nella parte inferiore dell'ala rispetto alla parte superiore: questa forza data dalla differenza di pressione spinge l'ala verso l'alto ed è detta portanza.*



5 *Come (non) funziona un'ala.*

Siete convinti? bene, allora c'è una domanda: come fanno gli aerei a volare sottosopra?

Proviamo a fare qualche conto. Per non fare troppi danni, basiamoci su aeromodelli.

Quello invocato nella spiegazione è il ***Principio di Bernoulli***: se indichiamo con p le pressioni, con v le velocità e con i pedici A e B le parti alta (superiore) e bassa (inferiore dell'ala, la differenza di pressione tra i due lati dell'ala è data da (ci fermiamo al primo termine, visto che l'altezza dell'ala è insignificante):

$$p_A - p_B = \frac{\rho}{2}\left(v_A^2 - v_A^2\right)$$

Dove ρ è la densità dell'aria (1.2 kg/m^2). Un aeromodello tipico pesa circa 0.7 kg (pari a 6.9 Newton), ha una corda alare (superiore) pari a 0.16 metri, raggiunge una velocità in volo di 10 m/s e ha un rapporto tra le due corde (superiore e inferiore pari a 1.0074: questo significa che se v_A vale 10 m/s, v_B varrà 10.074 m/s. Inserendo questi dati nella formula si trova una differenza di pressione tra le due parti di 0.9 kg/(m · s^2); se, per comodità, consideriamo un'apertura alare di un metro (ricordatevi che c'è un'ala anche dall'altra parte), la superficie totale risulta di 0.16 m^2, e quindi la forza portante generata dalla pressione vale 0.14 N. Dovete quindi convincere una forza a sollevare un oggetto avente un peso circa 50 volte superiore. Anche se esteticamente molto valido, non può essere questo il motivo per cui gli aerei stanno in aria.

Lasciamo perdere per un attimo le ali, e consideriamo una sfera[7]: approfittiamo che nella patria di RM si stanno svolgendo le ATP Finals e prendiamo, ad esempio, una palla da tennis (che lanciamo a mano, la nostra inettitudine con una racchetta è notoria).

[7] ...il che a noi riporta immediatamente alla barzelletta: "Per semplicità, consideriamo una mucca completamente sferica e ricoperta di mammelle..."

Se la palla ruota attorno ad un asse verticale, l'aria è deflessa sul lato sinistro o sul lato destro della palla, facendola deviare; se lanciate la pallina senza farla ruotare (o se la lanciate nel vuoto), la palla non devierà, quindi questa deviazione dipende dalla rotazione e dalla presenza dell'aria. I primi guai nascono dal decidere *da che parte* devierà la pallina. È possibile prendere due posizioni:

1. Siccome la pallina sta ruotando, una parte vedrà l'aria muoversi più velocemente da quel lato, quindi avrà una pressione inferiore (e quindi devierà da quella parte).
2. Siccome siamo in condizioni di attrito volvente, l'aria si muoverà più lentamente dal lato in rotazione, quindi avrà una pressione superiore (e quindi devierà dall'altra).

Teniamoci questo dubbio per la fine.

Torniamo un attimo alle ali: si vedono, talvolta, aeromodelli che hanno una sezione nella quale anche il bordo inferiore è concavo; questo rende la lunghezza della corda inferiore *più vicina* a quella della corda superiore, quindi in questo caso dovremmo sperimentare una perdita di portanza, giusto? Spoiler: no.

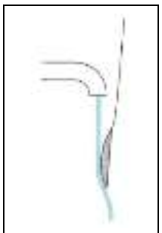
Quello che secondo noi però mette l'ultimo chiodo alla spiegazione "Bernoulliana" lo conoscete dalla prima elementare. O volete farci intendere che non avete mai fatto un aeroplanino di carta? Qui, l'ala è un foglio, se ha concavità o convessità le ha sia sopra che sotto ma (almeno dopo qualche anno di frustranti tentativi: verso la quinta, di solito) vola!

Se la spiegazione fosse quella vista, un altro buon metodo per aumentare la portanza potrebbe essere di fare la sezione d'ala "bitorzoluta" sul lato superiore: in questo modo, l'aria che passa sul bordo superiore dovrebbe fare *molta* più strada di quella che passa sul bordo inferiore, e quindi la pressione "sopra" sarebbe ancora minore! Se vi sembra un'idea geniale, siete in buona compagnia: Albert Einstein ha proposto, durante la prima guerra mondiale, un'ala di questo genere (praticamente, un'ala molto sottile con una pronunciata concavità inferiore e una sporgenza superiore); alcune prove in galleria del vento hanno contribuito a disilluderlo definitivamente.

Insomma, l'importante qui sembra essere che l'aria faccia "più strada" sul profilo superiore che su quello inferiore; ma più strada si può fare in molti modi: perché non fare un profilo *superiore concavo*?

Per il semplice motivo che non funziona: anche una "galleria del vento molto artigianale" (un foglietto di carta incurvato e tenuto vicino alla bocca, soffiando) vi dimostra che se avete una convessità verso l'alto il foglio si solleva, mentre con la convessità verso il basso non funziona.

Andate in cucina, prendete un cucchiaio e aprite il rubinetto: se riuscite a tenere un flusso ragionevolmente lento (non funziona a velocità supersoniche) e con poca acqua (non funziona con l'elio liquido), dovreste riuscire a vedere un fenomeno come quello indicato nella figura a fianco: il flusso d'acqua curva e cade sotto il cucchiaio e, se sospendete il cucchiaio con una corda, lo vedrete trascinato verso il getto.



6 *Curioso...*

La spiegazione di questo effetto, noto come ***effetto Coanda***, può portare in posti irti di equazioni differenziali tutt'altro che intuitive ma, se non andate sul quantitativo, ne esiste una spiegazione ragionevolmente intuitiva: se siete di quelli che tendono ad ignorare la teoria ma si affidano unicamente alla realtà, non leggete la nota[8]. Quello che ci interessa è che, nel nostro caso, l'acqua *segue la superficie del cucchiaio*.

[8] Le molecole d'aria (o quelle d'acqua, ma non quelle di elio liquido) sono influenzate dalla vicinanza delle altre molecole, e generano una piccola forza attrattiva che tende a farle stare vicine, allineando i poli positivi e negativi, detta *forza di van der Waals*: molecole che, prese isolatamente, sono neutre mostrano una tendenza a distorcersi, generando un comportamento di dipolo (elettrico) e i vari dipoli tendono ad allinearsi in modo tale da volgere il polo negativo dell'uno verso il polo positivo dell'altro, determinando un "aggancio" tra di loro. Per le molecole già isolatamente polari (acqua o anidride carbonica, ad esempio), questa attrazione è decisamente maggiore (per questo è più facile vedere il fenomeno con l'acqua); la cosa si verifica (e questo è il caso che ci interessa) anche se

7 *Come funziona un'ala.*

Vi siete accorti che, sinora, abbiamo tenuto l'ala ferma e abbiamo fatto muovere l'aria? Proviamo a vedere la cosa da un altro punto di vista.

L'ala nella figura qui di fianco si muove verso sinistra, e l'aria è ferma: questa è attratta dalle forze che abbiamo appena visto dall'ala, come se le molecole fossero legate con un elastico; questi "elastici virtuali" sono quelli che tengono su l'aereo. In realtà, la freccia azzurra andrebbe inclinata in modo tale che la punta sia più avanti della coda, visto che viene anche spinta nella direzione del moto. Alla base di tutto c'è comunque sempre il principio di azione e reazione: se voi spingete verso il basso una massa d'aria, tirate anche verso l'alto l'ala, e l'aereo sta su. Pensate di fare un tiro alla fune tra due barche, con la fune nel ruolo dei nostri elastici virtuali, una barca è l'aereo e l'altra è l'aria: non si sposta solo una, si spostano tutte e due, quindi, l'aria che va in basso fa andare in alto l'ala. E siccome per spostare le molecole d'aria avete dovuto compiere un lavoro (contro la resistenza aerodinamica, o se preferite il termine tecnico, contro il *drag*), questo causa una perdita di energia da parte dell'ala: quando considerate la portanza in questo modo, vedete che ogni portanza genera comunque una resistenza.

Quindi, attraverso l'effetto Coanda, il flusso d'aria viene deviato verso il basso dalla curvatura dell'ala, e questo costringe l'ala ad alzarsi. Tutto qui.

Torniamo un attimo alle palle. Non da tennis, che sono troppo piccole e pesanti: un pallone da spiaggia (dei più economici, non per i tagli di budget, ma per il fatto che il materiale è molto più leggero rispetto a quelli costosi), se lo prendete a calci nella parte bassa (in modo tale che sia la superficie inferiore a ruotare verso avanti) lo vedrete andare *più in alto* rispetto ad un tiro normale; quindi non è vera la spiegazione (2).

La prossima volta che prendete l'aereo con un chimico, spiegategli tutto questo. Per lui, i legami generati dalle forze di van der Waals sono i più deboli… Preoccupato?

Rudy d'Alembert
Alice Riddle
Piotr R. Silverbrahms

un gas (l'aria) si muove a contatto con un solido (l'ala). Ma la repulsione elettrostatica tende a distanziare le molecole tra di loro, contrastando, oltre un certo livello, la forza di van der Waals. L'effetto riunito di queste due forze fa sì che quando versate dell'acqua su una superficie, la superficie si bagna.