



Rudi Mathematici

Rivista fondata nell'altro millennio

Numero 314 – Marzo 2025 – Anno Ventisettesimo

3.14

Near a Raven

Midnight so dreary, tired and weary,
Silenly pondering volumes extolling all by-now obsolete lore.
During my rather long nap - the weirdest tap!
An ominous vibrating sound disturbing my chamber's antechamber.
"This", I whispered quietly, "I ignore."
Perfectly, the intellect remembers: the ghostly fires, a glittering ember.
Inflamed by lightning's outbursts, window's cast penumbras upon this floor.
Sorrowful, as one mistreated, unhappy thoughts I feeded:
That inimitable lesson in elegance - Lenore -
Is delighting, exciting...nevermore.
Ominously, curtains parted (my serenity outsmarted),
And fear overcame my being - the fear of "forevermore."
Fearful foreboding abided, selfish sentiment confided,
As I said, "Methinks mysterious traveler knocks afore.
A man is existing, of age hexscore."
Taking little time, briskly addressing something: "Sir," (robustly),
"Tell what source originates clamorous noise afore!"
Disturbing sleep unkindly, is it you a-tapping, so subtly?
Who, devil incarnate!- Here completely unveiled I my chamber-
Just darkness, I ascertained - nothing more.
While surrounded by darkness then, I persevered to clearly comprehend.
I perceived the weirdest dream...of ever-lasting "nevermores".
Quite, quite, quick nocturnal doubts fled - such relief! - as my intellect said,
(Desiring, imagining still) that perchance the apparition was uttering a whispered "Lenore."
This only, as evermore.
Silenly, I reinforced, remaining anxious, quite scared, afraid.
While intrusive tap did then come thrice - O, so stronger than sounded afore.
"Surely" (said silenly) "it was the banging, clanging window lattice."
Clancing out, I quaked, upset by horrors heretofore,
Perceiving a "nevermore".
Completely disturbed, I said, "Liter, please, what greivails ahead,
Repose, relief, cessation, or but more dreary "nevermores"?"
The bird intruded thence - O, irritation ever since!
Then out on Pallas' pallid bust, watching me (I just not, therefore),
And stated "nevermores".
Bemused by raven's dissonance, my soul exclaimed, "I seek intelligence;
Explain thy purpose, or soon cease intoning forlorn "nevermores"!"
"Nevermores", winged curlew proclaimed - huzah! was a raven named?
Actually maintain a surname, upon Platonic sealions?
I heard an oppressive "nevermore".
My sentiments extremely pained, to perceive an utterance so plain,
Most interested, mystified, a meaning I hoped for.
"Surely," said the raven's watcher, "separate discourse is wiser.
Therefore, liberation I'll obtain, retreating heretofore."
Eliminating all the "nevermores"!
Still, the detestable raven just remained, unmoving, on sculptured bust.
Always saying "never" (by a red chamber's door).
A poor, tender headache maiden - a sorrowful bird - a raven!
O! I wished thoroughly, forthwith, that he'd fly heretofore.
Still sitting, he recited "nevermores".
The raven's dirge induced alarm - "nevermore" quite alarmist.
I meditated: "Might its utterances summarize of a calamity before?"
O, a sadness was manifest - a sorrowful cry of woe:
"O," I thought sincerely, "it's a melancholy great - furthermore,
Removing doubt, this explains "nevermores".
Seizing just that moment to sit - closely, carefully, advancing beside it,
Sinking down, intrigued, where velvet cushion lay afore.
A creature, midnight-black, watched there - it studied my soul, unaware,
Wherefore, explanations my insight entreated for.
Silenly, I pondered the "nevermores".
"Disentangle, nefarious bird! Disentangle - I am disturbed!"
Intently its eye burned, raising the cry within my core:
"That delectable Lenore - whose velvet pillow this was, heretofore,
Departed thence, unsettling my consciousness therefore.
She's returning - that maiden - aye, nevermore."
Since, to me, that thought was madness, I renounced continuing sadness,
Continuing on, I soundly, adamantly forswore:
"Wretch" (addressing blackbird only) "fly swiftly - emancipate me!"
"Requite, requite, detestable raven - and discharge me, I implore."
A ghostly answer of "nevermore".
"Is a prophet? Wraith? Strange devil? Or the ultimate suitor!"
"Answer, tempestuous creature!", I inquired, like before.
"Forlorn, though firmly undaunted, with "nevermores" quite indoctrinated,
Is everything depressing, generating great sorrow evermore?
I am subdued", I then swore.

1.	«È facile vedere...»	3
2.	Problemi	10
2.1	X-thlon.....	10
2.2	Girone di qualificazione	10
3.	Bungee Jumpers	11
4.	Soluzioni e Note	11
4.1	[311]	11
4.1.1	Don't panic.....	11
4.2	[313]	14
4.2.1	Un giro in macchina	14
4.2.2	Una mela al giorno...	18
5.	Quick & Dirty	20
6.	Pagina 46	21
7.	Paraphernalia Mathematica	23
7.1	La bussola che crolla	23



	<p>Rudi Mathematici Rivista fondata nell'altro millennio da <i>Rudy d'Alembert</i> (A.d.S., G.C., B.S) rudv.dalembert@rudimathematici.com</p> <p><i>Piotr Rezierovic Silverbrahms</i> (Doc) piotr.silverbrahms@rudimathematici.com</p> <p><i>Alice Riddle</i> (Treccia) alice.riddle@rudimathematici.com</p> <p style="text-align: center;">www.rudimathematici.com</p>
<p>Tutto quanto pubblicato dalla rivista è soggetto al diritto d'autore e in base a tale diritto <i>concediamo il permesso di libera pubblicazione e ridistribuzione</i> alle condizioni indicate alla pagina diraut.html del sito. In particolare, tutto quanto pubblicato sulla rivista è scritto compiendo ogni ragionevole sforzo per dare le informazioni corrette; tuttavia queste informazioni non vengono fornite con alcuna garanzia legale e quindi la loro ripubblicazione da parte vostra è sotto la vostra responsabilità. La pubblicazione delle informazioni da parte vostra costituisce accettazione di questa condizione.</p>	

Non ci sono domande, vero? L'originale di "Near a raven" riadattato da "A Raven" di E. A. Poe, lo trovate qui: <http://www.cadaeic.net/naraven.htm> (anche perché probabilmente illeggibile in questo formato), mentre le prime cifre di pigreco le trovate facilmente in rete. Questa copertina sarà ripetuta (con le variazioni che ci andrà di fare) tra 235 anni, 7 mesi e un numero imprecisato di giorni (visto che saremo in ritardo).

1. «È facile vedere...»

“Citoyen premier Consul, je n'ai pas eu besoin de cette hypothèse.”

Per molto tempo si è creduto che fosse tutta colpa di Felipe II di Spagna. E questa credenza è un po' un guaio, perché costringe chi scrive e chi legge a tornare indietro nel tempo, quando la Spagna era al massimo del suo splendore, nel pieno XVI secolo.

Felipe è figlio di Carlo V d'Asburgo (quello “sul cui impero non tramontava mai il sole”, e una volta tanto non era solo un modo di dire) e di Isabella d'Aviz, della casa reale portoghese. Nasce nel 1527, sale al trono neanche trentenne, nel 1556, e per altri trent'anni governerà il maggior impero mondiale¹ del suo tempo. È il periodo in cui la Spagna diventa una superpotenza grazie alle ricchezze d'America, mentre il Portogallo controlla le rotte verso l'Asia e l'Austria comincia a spadroneggiare in Europa; e Felipe II, durante la sua vita, cingerà le corone di Spagna, di Portogallo, di Sicilia, di Sardegna, di Napoli e di Milano, oltre a essere pure sempre figlio e nipote degli ultimi due imperatori del Sacro Romano Impero e a diventare, almeno per un po', re consorte d'Inghilterra. Fu soprannominato “Filippo il Prudente”, e viene da chiedersi che cosa avrebbe potuto scatenare se avesse preferito la temerarietà alla prudenza.

A dire il vero, comunque, tutta questa gran prudenza non si nota neppure granché, perlomeno a leggere un riassunto per sommi capi delle sue imprese. Di certo, la sua impresa più nota non sembra affatto essere stata connotata né da prudenza, né da grandiosa manifestazione di potenza, anzi. Ormai sessantenne, Filippo scatena tutta la sua grandiosa forza militare ma, un po' per imperizia e un po' per sfortuna, finirà con l'incappare in una memorabile e disastrosa sconfitta. Per di più, chi lo strapazzerà non è un altro grande re, ma una signora che non si era neppure degnata di rispondergli quando lui le aveva chiesto di sposarlo.

È il 1588, e Felipe II di Spagna appronta la flotta più grandiosa che abbia mai solcato i mari. Ci sono ragioni politiche, eccezionali contrasti religiosi, maestosi interessi economici in ballo; tutti così grandi che sono verosimilmente diventati anche antipatie, odi personali, e tutto questo non è certo riducibile solo alle ripicche di un pretendente respinto; ma è certo che Elisabetta I d'Inghilterra, che pure ha avuto una vita densa di pericoli e avventure, corre in quel momento il suo rischio più grande.

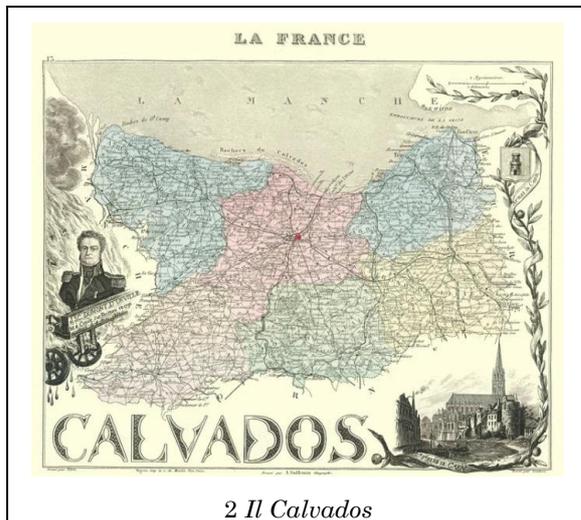
Sul mare, gli inglesi sono però ossi duri, e in più sembrano protetti dagli dèi, un po' come lo furono i giapponesi tre secoli prima quando Kublai Khan tentò l'invasione del loro paese con quasi mille navi che però finirono quasi tutte travolte da un uragano, la *kamikaze*, il “vento divino” che protesse l'impero del Sol Levante. Fatto sta che, per quanto potente, l'*Invencible Armada* spagnola difetta in comunicazioni: doveva impossessarsi delle acque



¹ Quando si fanno certe affermazioni si rischia sempre di peccare un po' di eurocentrismo, ma in questo caso specifico forse l'iperbole resta comunque passabile. L'altro grande impero mondiale, a quel tempo, era ovviamente quello cinese, ma durante il regno di Filippo II in Spagna nella Città Proibita di Pechino regnava Jiajing, undicesimo imperatore della dinastia Ming, che non era un imperatore invidiabile. Inoltre e soprattutto, è proprio il periodo storico in cui la Cina rinuncia alle esplorazioni via mare e si chiude su sé stessa, mentre le nazioni europee, Spagna e Portogallo in primis, raggiungono il loro apice proprio grazie a esse.

della Manica per consentire lo sbarco sul suolo inglese dell'esercito delle Fiandre al comando di Alessandro Farnese, ma fanti e marinai non si incontrano all'appuntamento. Gli inglesi approfittano della confusione e riescono a tenere a bada e perfino un po' a maltrattare l'immensa flotta spagnola dalle parti di Gravelines, e finisce che gli iberici, costretti a circumnavigare tutta la Gran Bretagna in senso antiorario, si ritrovano in mezzo a una serie di tempeste che avevano davvero poco da invidiare al *kamikaze* giapponese. Proprio come aveva fatto Kublai Khan con il Giappone, anche Felipe II proverà altre volte a impossessarsi del trono di Elisabetta; e, proprio come accadde a Kublai Khan, i suoi sforzi resteranno frustrati.

Ma tutta questa è solo una premessa: anche se abbiamo tirato in ballo Spagna, Inghilterra, Cina e Giappone, il luogo dove volevamo davvero arrivare sono solo alcune rocce francesi, quelle che si vedono affiorare al largo della spiaggia di un minuscolo paesino normanno, Arromanches-les-Bains. Piccolo centro con pochi abitanti e poche case, Arromanches non conta oggi nemmeno duemila residenti, eppure è un luogo che ha qualcosa da raccontare in almeno due grandi operazioni militari. La più recente è lo sbarco in Normandia: Arromanches è stato uno dei luoghi centrali dell'operazione, e coincide esattamente con la spiaggia che gli angloamericani battezzarono con il nome in codice Gold: a ovest c'erano le spiagge con i nomi in codice Utah e Omaha, e subito a sinistra le Juno e Sword. Arromanches era il baricentro di tutto lo sbarco, tant'è che proprio lì venne costruito il porto militare "Mulberry Harbour" che doveva garantire collegamenti e rifornimenti agli angloamericani, e che è stato un asset cruciale per la riuscita del prosieguo dell'operazione. L'altro evento, più vecchio, ci riporta invece proprio alla disastrosa tentata invasione dell'Inghilterra da parte di Felipe II, perché la leggenda racconta che un vascello dell'*Armada*, chiamato *El Salvador*, affondò dopo essersi incagliato proprio sulle rocce affioranti di fronte ad Arromanches.



Quella parte della Normandia è avara di frutti della terra, di clima accogliente e di avvenimenti, oltre che di abitanti; è quindi immaginabile che il naufragio di un grande vascello da guerra proprio nelle acque di fronte alla costa sia stato vissuto e tramandato come un evento memorabile. E pertanto è anche comprensibile che proprio dal nome di quel relitto si sia finito per battezzare tutta la zona; quel "Salvador" è stato francesizzato (o forse, più propriamente, "normandizzato") in "çalvador" e poi mutato ulteriormente, fino ad assumere la forma definitiva di *Calvados*, che è tutt'ora il nome di gran parte della bassa Normandia.

Le ricerche etimologiche nascondono spesso storie sorprendenti, che talvolta riescono a spiegare, oltre ai nomi, anche misteri, leggende e tradizioni. Purtroppo, però, talvolta fanno esattamente il contrario, e le leggende e le tradizioni vengono spietatamente smontate. La storia del nome della regione che abbiamo appena raccontato era accettata dagli studiosi fino a quasi tutto il ventesimo secolo, finché il professor René Lepelley dell'Università di Caen non ne dimostrò la probabile infondatezza. Il suo studio si basa su antiche carte nautiche della regione che già presentavano il nome "Calvados"²: mappe in cui le iscrizioni erano riportate ovviamente in latino, e dalle quali risulta che le rocce affioranti al largo

² Confessiamo però di non essere riusciti a capire se il professor Lepelley abbia o meno trovato la "pistola fumante", ovvero una mappa precedente al 1588 in cui già compare il nome "Calvados"; dai toni che con cui lo studio è presentato, si direbbe di no; ma le sue argomentazioni sono precise e profonde, e la sua teoria alternativa sull'origine del nome è al giorno d'oggi generalmente accettata.

della costa di Arromanches erano elementi importanti per il governo dei natanti. Al fine di indicare al meglio la costa di fronte alle quali era pericoloso navigare, le mappe descrivono due rilievi importanti nei pressi di Arromanches i quali, a causa della scarsa o nulla vegetazione, venivano descritti, per chi li vedeva dal mare, come “dossi calvi” (“*calva dossa*” o “*calva dorsa*” in latino), e da questa denominazione dovrebbe poi essere derivato il nome attuale della regione.

Del resto, il nome di quella parte della Normandia sembra continuare ad avere peculiarità forti e decise, quasi gli venisse stretto l'onore di rappresentare una regione pur così significativa della Francia. È infatti innegabile che, almeno per i non francesi, quando si sente pronunciare la parola “calvados” sono pochissimi coloro che pensano alla regione, mentre quasi tutti pensano senza ombra di dubbio al liquore, all'acquavite resa famosa da uno dei poliziotti più famosi della letteratura mondiale: il commissario Jules Maigret.

L'unico elemento che può competere con il calvados, nel caratterizzare il commissario più famoso di Francia, è verosimilmente la pipa. Però la pipa non è caratteristica solo



3 Da destra verso sinistra: Maigret, Simenon e il Calvados.³

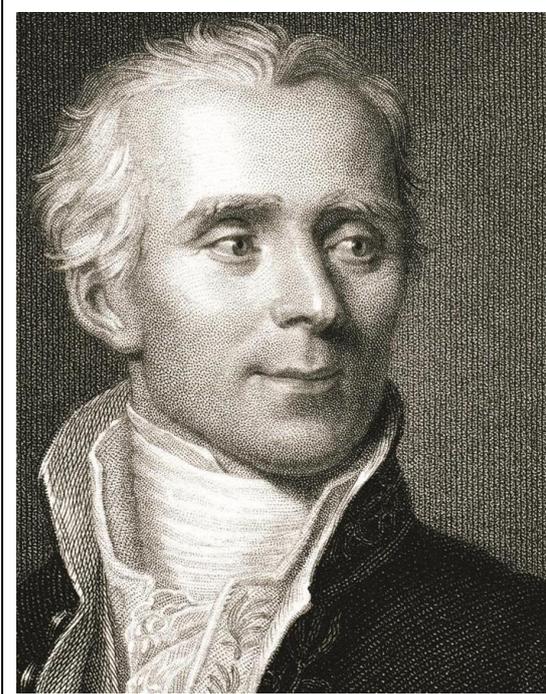
di Maigret, ma anche di altri personaggi letterari: insomma, è impossibile immaginare Maigret senza pipa, ma è certo possibile immaginare una pipa senza Maigret. Per contro, è quasi impossibile pensare al calvados senza pensare a Maigret. La cosa è parecchio curiosa, a ben vedere: non fosse altro perché il calvados esiste davvero, mentre Maigret, per quanto famosissimo, resta pur sempre un personaggio immaginario.

Ma non si tratta solo di questo: la stranezza risiede anche nel fatto che, per quanto affezionato alla sua acquavite normanna, Maigret non disdegna affatto anche altri vini e liquori, ad esempio. Più ancora, dal punto di vista del Calvados è strano il fatto che il significato principale della parola dovrebbe pur sempre restare legato soprattutto a quello originale, e cioè a una ben precisa zona costiera della Normandia, cosa sacramentata anche dall'ordinamento amministrativo attuale (il Calvados è uno dei 101 dipartimenti francesi⁴), mentre, almeno per chi non è francese, il territorio è inteso solo come terzo significato, distaccato di gran lunga da “superalcolico francese” e da “liquore preferito di Maigret”, in ordine opinabile per quanto riguarda la prima e la seconda posizione. A ben vedere c'è una sorta di precedente, ancora più clamoroso, sempre in territorio francese: lo *champagne* è ancor oggi il vino più famoso e prestigioso del mondo, e anch'esso ha di fatto divorato, nel sentire comune, il significato originale della parola, che proviene dalla regione storica dello Champagne, nel nord-est francese. Quantomeno, però, c'è da considerare che “champagne”, alla fin fine, significa semplicemente “campagna”, termine generico quant'altri mai, tant'è che figura in almeno una dozzina di toponimi di comuni francesi, anche molto lontani dalla zona di produzione delle bollicine più famose del mondo.

³ L'illustrazione, una volta tanto, non l'abbiamo rubata a Wikipedia, ma l'abbiamo presa da un sito che si chiama [simenon-simenon.com](http://www.simenon-simenon.com) (per la precisione, dal post <http://www.simenon-simenon.com/2014/09/simenon-simenon-sono-passati-25-anni-ma.html>) dove si legge che l'autore è Giancarlo Malagutti. Speriamo che ci perdoni per averla usata a corredo di questo articolo.

⁴ Così come l'Italia ha due livelli territoriali amministrativi tra quello statale e quello comunale, le regioni e le provincie, anche la Francia divide il territorio nazionali in 18 Regioni e 101 Dipartimenti. Ad esempio, Nizza è il capoluogo del dipartimento “Alpi Marittime”, che fa parte della regione “Provenza-Alpi-Costa Azzurra”, il cui capoluogo regionale è Marsiglia. Il dipartimento Calvados (capoluogo Caen) fa parte della regione Normandia (capoluogo Rouen). Da questo punto di vista, una delle differenze più evidenti tra Italia e Francia è che in Italia le provincie non hanno nomi propri, ma sono identificate dal nome del capoluogo (provincia di Cuneo, provincia di Salerno, etc.) mentre in Francia hanno nomi indipendenti dal nome del capoluogo.

E poi, c'è poco da fare: non solo vini, ma anche formaggi, carni, frutta, ortaggi, quando sono di qualità particolare, si portano appresso il nome del luogo di produzione. C'è ancora chi, anche in Italia, si stupisce che Gorgonzola sia il nome di un paese, o che "chianina" sia anche l'aggettivo derivato da una valle, e non solo la carne delle mucche che in quella valle pascolano. Ciò nonostante, il Calvados dovrebbe probabilmente essere più famoso della sua acquavite distillata dal sidro di mela: dal 1790 è il 14° dipartimento⁵ della Repubblica



4 Pierre-Simon Laplace

Francesa, è più vasto di tutta la Liguria, ha per capoluogo la bella e storica città di Caen, e in fondo non è del tutto giusto che il suo nome sia ricordato solo per un brandy. Se non altro perché ha dato i natali a un uomo famoso, forse non troppo coerente e magari anche un pochino presuntuoso, ma di certo tra i più grandi matematici del suo tempo.

Il Calvados non è zona dove cresca la vite. Per quanto la Francia sia uno dei maggiori produttori di vini, in Normandia le vigne non sono diffuse; in compenso, hanno abbondanza di meli, e dai loro frutti gli abitanti, fin dall'antichità, producono e consumano sidro, e naturalmente lo distillano. La professione di commerciante di sidro non è pertanto insolita in tutta la regione, e lo era ancor meno nel Settecento. Ed è proprio nella casa di Pierre, benestante venditore di sidro del piccolo centro di Beaumont-en-Auge, che il 23 Marzo 1749 viene alla luce Pierre-Simon Laplace.

La vita di Laplace è così densa di avvenimenti storici e di aneddoti che lo riguardano direttamente, che si potrebbe provare raccontare la sua personalità in molte maniere diverse. Ad esempio, da un punto di vista meramente storico, notando come i suoi circa ottant'anni di vita abbiano come perfetto baricentro il 1789 della Rivoluzione Francese, che è forse l'evento politico più significativo di tutto il secondo millennio, per l'Europa e per gran parte del pianeta. Vive pertanto i suoi primi quarant'anni in un mondo e gli altri quaranta in un altro radicalmente diverso; in questi sconvolgimenti, compie sforzi inverosimili per raggiungere quel che crede di meritare, adattandosi continuamente, e rinunciando senza esitazioni alla coerenza.

Ma si potrebbe anche provare a descriverlo solo tramite aneddoti, a cominciare da quello che, probabilmente, meglio descrive il suo carattere: Anders Johan Lexell, matematico e astronomo svedese, andò in visita all'Accademia delle Scienze di Francia tra il 1780 e il 1781, e nelle sue lettere scrisse che Laplace era famoso soprattutto perché continuava a ripetere a tutti di essere il miglior matematico di Francia, e che il fastidio che questo provocava nei suoi colleghi accademici era solo di poco attenuato dal fatto che quel che il normanno andava affermando era vero.

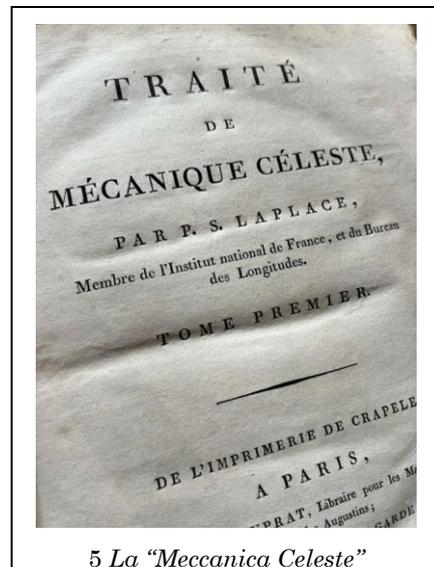
⁵ Quel 14 (abbiamo scoperto solo facendo qualche ricerca per questo articolo) non indica la posizione in qualche graduatoria di importanza, di estensione o di numero di abitanti, ma semplicemente la posizione nella lista dei dipartimenti ordinati alfabeticamente. Senza contare quelli d'oltremare (Guyana, Martinica, Guadalupa, Mayotte e Reunion) i dipartimenti vanno da Ain, Aisne, Allier... e proseguono fino ad arrivare a ...Vienne, Vosgi e Yonne. Credevamo così d'aver finalmente capito perché le targhe delle automobili parigine – prima del passaggio al formato europeo – mostrassero il numero 75, ma abbiamo dovuto ricrederci in fretta, visto che in quel caso Parigi sarebbe dovuta finire tra il numero distrettuale 61 (Orne) e il 62 (Pays de Calais); invece quel 75 si trova tra la Savoia (74) e la Senna Marittima (76). Questo perché, prima di diventare un dipartimento essa stessa, Parigi era il capoluogo del dipartimento "Senna", e si è tenuta il codice relativo.

Perché che Pierre-Simon Laplace sia stata una delle menti matematiche più grandi della storia è fuori discussione. Fin da ragazzino mostra capacità eccezionali – non solo matematiche: stupisce gli abitanti del suo borgo soprattutto grazie alla sua memoria – ed entra all'Università di Caen a sedici anni, per studiare teologia⁶. Qui trova un docente valido e capace di riconoscere in lui un enorme talento matematico, Pierre Le Canu, al punto che questi non tenta di fermarlo quando Laplace, probabilmente già convinto di essere il più grande matematico del mondo, decide di non aspettare il conseguimento della laurea, e di andare subito a Parigi. Le Canu gli scrive una lettera di raccomandazione che il diciannovenne porta a Jean-Baptiste Le Rond D'Alembert⁷, ma D'Alembert non è tipo da dar peso alle raccomandazioni, e non tiene in nessun conto la lettera.

Se D'Alembert non tiene conto delle raccomandazioni, Laplace non tiene conto dei rifiuti, e scrive di suo pugno una lettera a D'Alembert in cui mostra le sue conoscenze matematiche, e questa colpisce nel segno. D'Alembert lo convoca, lo accetta come studente e gli trova anche dei lavori per mantenersi a Parigi. Passano solo un paio d'anni prima che Laplace cominci a presentare memorie per mostrare le sue capacità e per essere accolto nell'Accademia parigina; ci riuscirà, naturalmente; e di certo lo merita. Palesa però, quasi in ogni occasione, un atteggiamento di superiorità, quando non proprio di condiscendenza. A peggiorare le cose, ha anche l'abitudine di non rendere giusto merito ai colleghi accademici quando presenta i suoi lavori; la sua opera principale utilizza metodi sviluppati da Lagrange⁸, da Legendre⁹ e da altri ancora – cosa del tutto legittima, nell'ottica dell'avanzamento delle conoscenze – ma sarebbe quantomeno buona educazione ricordare nel testo i propri debiti di riconoscenza, cosa che Laplace non è solito fare. Quella di cui parliamo è il *“Traité de Mécanique Céleste”*, spesso abbreviato alle due parole cruciali *“Meccanica Celeste”*, grandioso compendio in cinque volumi di tutta la matematica astronomica nota agli albori del XVIII secolo, che comincia ad essere pubblicata nel 1799.

Per quanto sia opera celeberrima, al giorno d'oggi si è forse persa di vista la dimensione del lavoro che un'opera simile comporta. La memoria umana tende dimenticare, la ragione tende a semplificare, e capita così che, nel riassumere le conoscenze astronomiche più importanti, tutto sembri logico, quasi facile, a parte alcuni momenti cruciali risolti dal genio di turno. Si tende a riepilogare tutto con poche pietre miliari: il geocentrismo di Tolomeo, la rivoluzione di Copernico, la sistemazione ellittica di Keplero, le osservazioni di Galileo, fino all'arrivo della gravitazione universale di Newton che chiude la faccenda. Sì, certo, poi arriva pure Einstein¹⁰ che la riapre di brutto, anzi, la rovescia dalle fondamenta, ma con niente in mezzo di significativo tra Sir Isaac e Herr Albert.

In realtà, le domande aperte, ai tempi di Laplace, erano un'infinità. Con il calcolo differenziale e integrale ancora in pieno sviluppo, con una cosmologia ancora quasi inesistente che ben poco immaginava al di fuori dei cinque pianeti noti fin dall'antichità



5 La *“Meccanica Celeste”*

⁶ Cosa che probabilmente non potrà non stupire chi ricorda il più famoso degli aneddoti su Laplace; ma, in fondo, non stona poi troppo con il personaggio.

⁷ Non crediamo che abbia bisogno di presentazioni ma, nel caso, possiamo rimandare a *“La luna di Venere”* RM166, novembre 2012.

⁸ Primo compleanno in assoluto: *“Torino, 1750”*, RM048, gennaio 2003.

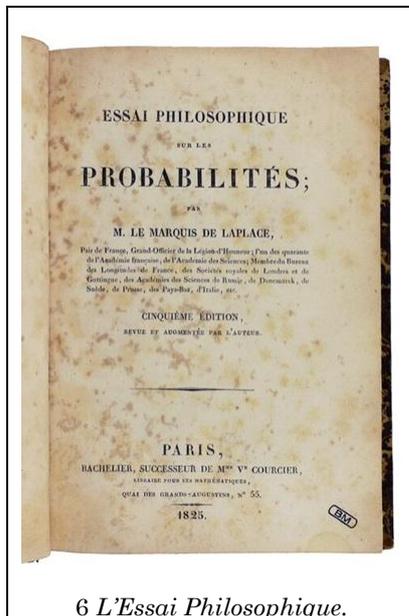
⁹ *“Le opere e le facce”*, RM140, settembre 2010.

¹⁰ Copernico, Keplero, Galileo, Newton, Einstein hanno tutti un compleanno dedicato. Questa è già la decima nota a piè di pagina, forse è meglio se ci limitiamo a ricordare che sono tutti disponibili in <https://www.rudimathematici.com/indexmundidb.php>.

(Urano era stato scoperto appena diciotto anni prima della pubblicazione della *Meccanica Celeste*), uno dei più grandi e inquietanti problemi di tutti i filosofi naturali era sapere se il Sistema Solare, governato dalla gravitazione universale newtoniana, fosse un sistema teoricamente stabile o fosse destinato, prima o poi, a collassare.

Di recente una serie di libri di fantascienza e una serie televisiva tratta dagli stessi hanno fatto conoscere, almeno di nome, il Problema dei Tre Corpi. La possibilità di arrivare a una completa conoscenza analitica delle interazioni gravitazionali di tre soli corpi interagenti è estremamente complessa, e in generale non raggiungibile. Il compito che si è imposto Laplace con il suo trattato era di fatto quello di analizzare il comportamento di tutti i corpi del Sistema Solare, e di conseguenza assai più complesso del già irresolubile problema dei tre corpi. È un esercizio di una difficoltà immane, che ha occupato gran parte della vita dell'autore, anche perché Laplace era un matematico che tendeva a sviscerare ogni aspetto di un problema; aveva un carattere tutt'altro che poliedrico, a cui piacesse saltare da un argomento a un altro. La sua *Meccanica Celeste* ricorre a tutta la matematica analitica nota al suo tempo, e contiene anche delle intuizioni e sviluppi nuovi, tali da farli meritare al suo autore il soprannome di “Newton Francese”.

Si è già detto della sua difficoltà a citare i contributi di altri: un altro neo della sua opera principale è, a quanto racconta Eric Temple Bell, anche una sorta di malcelata impazienza o, peggio, di una scarsa volontà a dettagliare al meglio i passaggi necessari per arrivare alle conclusioni che espone. «Per evitare di dover condensare un ragionamento matematico complicato in una forma sia pur breve ma in ogni modo intelligibile» scrive Bell nel suo “*Men of mathematics*”, «egli spesso lo ometteva interamente, limitandosi alla conclusione con l'affermazione gratuita “È facile vedere...”», metodo che probabilmente usano ancora oggi dei professori frettolosi¹¹.



6 *L'Essai Philosophique.*

Il risultato della sua grande opera è anche consolatorio: mostra infatti che le eccentricità e le inclinazioni delle orbite planetarie sono relativamente piccole, costanti e persino in grado di autocorreggersi: in buona sostanza, che il sistema solare è mediamente stabile, e le orbite planetarie, almeno in media, invariabili.

La *Meccanica Celeste* è il suo capolavoro, ma dal punto di vista matematico Laplace ha anche il grande merito di aver portato grandi contributi ad una disciplina che era ancora allo stato embrionale, e che sembra essere lontanissima dal rigore meccanicistico dei moti astronomici: il calcolo delle probabilità. Il suo *Essai philosophique sur les probabilités* riassume un corso che aveva tenuto all'*École Normale* nel 1814, e la parola “filosofico” del titolo ha la sua piena ragione d'essere, visto che l'intenzione di Laplace era quella non solo di educare gli studenti al calcolo delle probabilità per fini teorici o per quella che oggi chiamiamo Teoria dei Giochi o per lo studio dei fenomeni fisici, ma anche applicarlo

a giudizi morali ed etici e alle decisioni giudiziarie. È il suo secondo grande contributo alla matematica, e a ben vedere è solo apparentemente lontano dal primo; come scrisse lui stesso, parlando della stabilità del Sistema Solare, per quanto le probabilità di collisioni tra corpi celesti siano davvero minuscole, i tempi cosmici sono così lunghi e le conseguenze di una collisione così devastanti che non possono essere trascurate.

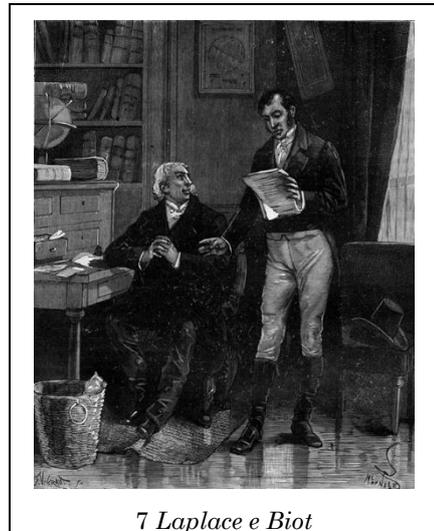
Il figlio del commerciante del Calvados, grazie alla sua mente brillante, è diventato una delle maggiori autorità scientifiche d'Europa già prima dello scoppio della Rivoluzione. Se molti suoi colleghi vengono travolti dalla temperie rivoluzionaria, poiché a quel tempo era

¹¹ E non solo loro, a dire il vero... Va detto anche, però, che secondo Jean-Baptiste Biot, che lo aiutò nella stesura, Laplace lavorava disordinatamente, in modo ossessivo, e spesso non ritrovava gli appunti dei calcoli effettuati.

assai improbabile essere accademici e studiosi senza essere nobili, Laplace riesce sempre a muoversi negli sconvolgimenti politici e a diventare un'autorità anche nella Francia rivoluzionaria e napoleonica. I suoi rapporti con lo stesso Bonaparte sono in qualche modo significativi: il primo incontro è addirittura del 1785, quattro anni prima della presa della Bastiglia e quando Napoleone è solo un cadetto sedicenne della Reale Artiglieria. Laplace è l'esaminatore dei futuri ufficiali di artiglieria, il professore che esamina, promuovendolo, il futuro imperatore dei francesi. Durante l'Impero, Laplace rivestirà molti incarichi importanti nelle varie commissioni scientifiche, fino ad entrare in Senato, diventarne presidente e infine, nel 1799 – anche se solo per un mese e mezzo – Ministro degli Interni. Nel 1807, il figlio del modesto venditore di sidro è perfino nominato Conte dell'Impero, ma non ci saranno solo rose e fiori, nei rapporti fra i due: Napoleone rimuove Laplace dal Ministero degli Interni dopo solo sei settimane perché vuole consegnare l'importante dicastero a suo fratello Luciano; nelle sue memorie, giustificherà l'atto, nonostante l'evidente nepotismo, con la feroce battuta di sapore matematico “*Laplace ha portato nel governo lo spirito dell'infinitamente piccolo*”. Da parte sua Laplace, alla caduta dell'Impero e conseguente restaurazione borbonica, non esita a cambiare partito, a dichiarare fedeltà a Luigi XVIII, e perfino a firmare il decreto di bando di Napoleone. Diventa “Marchese di Laplace” nel 1817, e direttore del prestigioso Politecnico parigino.

I due sono personalità molto diverse, quasi opposte; ma sono accomunate da un gigantesco, quasi patologico egocentrismo che fa impallidire tutte le altre differenze. In ogni caso, resteranno uniti soprattutto per il celeberrimo episodio¹² in cui Laplace, dopo aver pubblicato gli ultimi tre volumi della *Meccanica Celeste*, viene convocato da Napoleone che lo rimprovera di aver scritto un'opera monumentale sulla creazione dell'universo senza aver mai citato il suo creatore. E Laplace, non si sa bene per un moto d'orgoglio o per rigorosa coerenza scientifica, rispose con la celebre frase riportata in apertura di quest'articolo: “*Cittadino Primo Console, non ho avuto bisogno di quest'ipotesi*”.

Lo abbiamo detto e ripetuto fin troppo: Pierre-Simon Laplace è stato una delle migliori menti matematiche della storia, la cui memoria è un po' appannata dalla sua incoerenza etica e politica, dalla sfrenata ambizione e soprattutto dai suoi atteggiamenti egocentrici; è però giusto riconoscergli che questi suoi difetti li riservava solo ai suoi pari e coetanei. Verso i giovani aveva invece atteggiamenti e sentimenti assai più nobili. Lo stesso Biot, che poi lo aiutò a organizzare le carte della *Meccanica Celeste*, racconta che quando presentò la sua prima relazione all'Accademia, Laplace lo chiamò in disparte e gli mostrò delle sue vecchie carte ingiallite che contenevano le conclusioni che Biot aveva appena presentato, ma dicendogli di non rivelarne l'esistenza, assicurandogli che le sue carte non erano mai state pubblicate, ed esortandolo a completare la sua ricerca per poi pubblicarla senza rivelarne l'esistenza; e sembra anche che questa complicità non fosse unica, ma rivolta a tutti i giovani matematici e scienziati. Era solito affermare che considerava tutti i giovani esordienti nello studio matematica come suoi figli adottivi e, se questo è vero come sembra che sia, per quel che ci riguarda basta ad assolverlo da tutti i suoi peccati.



7 Laplace e Biot

¹² L'aneddoto divenne famoso nel 1847, quando Victor Hugo scrisse che era solito raccontarlo François Arago (c'è anche lui nella lista dei compleanni).

2. Problemi

Se vi chiedete come mai questa volta abbiamo ambientazioni ampiamente sportiveggianti, sappiate che mentre scriviamo queste note gli Eagles hanno appena stracciato i Chiefs al SuperBowl. “Oh, segui il football americano?” No, ma so che Trump non sopporta gli Eagles (per ragioni politiche), e se ne è andato prima della fine. Il primo presidente nella storia che assiste di persona al SuperBowl ha portato sfiga alla sua squadra.

2.1 X-thlon

Che sarebbe come il biathlon, il pentathlon o il decathlon, per opportuni valori di x .

Avete presente quei discorsi da bar nei quali si sostiene che la preparazione atletica (o la ginnastica al mattino, se preferite) sono inutili? Ecco, in questo caso potrebbe anche essere un discorso sensato, visto che a priori non sapete né quanti giochi ci sono né quali sono. E siccome una gara così sconclusionata poteva solo inventarla Rudy, abbiamo solo tre partecipanti (Alice e Doc, oltre al Nostro); Rudy ha spiegato le regole ai VAdLdRM (che ormai veleggiano nella zona dei trenta... Cribbio, come passa il tempo, quando si creano problemi agli altri...) che, ritenendo di dover assecondare gli inesorabilmente caduti nella demenza senile, si sono prestati di buon grado a fare da cronometristi, misuratori e addetti al defibrillatore.

La gara, come da nome, si basa su un numero x di giochi, numero sconosciuto ai partecipanti così come sono loro sconosciuti i giochi; per ogni gioco verranno assegnati P punti al primo classificato, S al secondo e T al terzo, con $P > S > T$ e tutti e tre interi positivi; nessun gioco, tra i selezionati, prevede il pari merito.

Abbiamo alcuni risultati finali, ma ci siamo persi per strada dei dati. Alice ha totalizzato 22 punti, mentre Rudy e Doc hanno ottenuto 9 punti a testa (eh, largo ai giovani...). Sappiamo inoltre che Doc ha vinto la gara dei cento metri ostacoli (se l'aveste conosciuto negli anni universitari sapreste come, essendo sempre in cronico ritardo già allora, fosse l'indiscusso campione mondiale di inseguimento autobus).

Una situazione del genere ci costringe a porci alcune domande: tanto per cominciare, quanti erano i giochi? E poi, chi è arrivato secondo nella gara di giavellotto rotondo?

Eh? No, dico, avete presente i tre atleti? Voi vi fidereste a lasciar loro in mano una cosa appuntita da lanciare? Ecco, appunto.

2.2 Girone di qualificazione

...o era l'eliminatorio? Insomma, quello dove giocano tutti contro tutti: Rudy non segue il calcio, men che meno le varie coppe, e non ci pareva il caso di tirare in ballo il Sei Nazioni, altrimenti dicevate che abbiamo pregiudizi nei confronti delle palle rotonde (sì, è vero).

	Fatti	Subiti	Punti
Città del Vaticano	7	1	9
Liechtenstein	2	3	4
Andorra	3	3	4
San Marino	1	6	0

8 Risultati finali!

Sono in corso le qualificazioni dei Campionati Galattici di Calcio: trovate lo score alla fine del girone “Z” nella figura qui di fianco (...ci pare evidente che con certi “Allenatori”, il successo è assicurato). E ora, si impone una piccola spiegazione per i *non tifosi*: “Fatti” sono i goal fatti, “Subiti” sono i goal subiti, “Punti” sono i punti, calcolati come (ci dice un amico) nel campionato italiano – tre punti per la vittoria, uno per il pareggio e zero per la sconfitta.

Ci ricordiamo che Città del Vaticano ha sconfitto il Liechtenstein per 3 a 0; riuscite a ricostruire i risultati di tutte le partite?

Ci ricordiamo che Città del Vaticano ha sconfitto il Liechtenstein per 3 a 0; riuscite a ricostruire i risultati di tutte le partite?

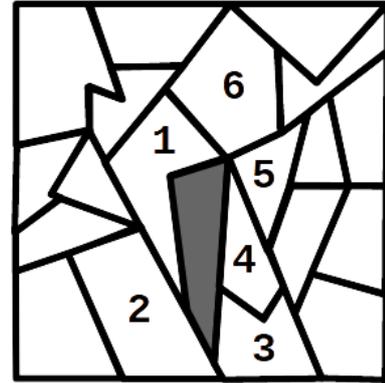
Comunque, no, non abbiamo nulla contro le palle rotonde: sono le regole, che ci sembrano cervelotiche. Non c'è paragone con la semplice linearità del cricket (sul serio: Rudy tifa Glamorgan¹³).

¹³ *Go, Daffodils, Go!* In nota per non fare casino.

3. Bungee Jumpers

Un quadrato di lato unitario viene diviso in una serie di poligoni come mostrato in figura; dimostrate che se ognuno di questi poligoni ha un diametro¹⁴ minore di $1/30$, allora esiste un poligono P con almeno sei vicini, ossia almeno altri sei poligoni toccano P in almeno un punto.

La soluzione, a “Pagina 46”



4. Soluzioni e Note

Marzo!

Buon compleanno al Capo e a pigreco, che è il tema del nostro RM.

4.1 [311]

4.1.1 Don't panic

Ancora un bellissimo contributo, malgrado il brutto problema, per gli zombie:

Ogni zombie ha un'unica possibilità di infettare altre persone; l'infezione è probabilistica: uno zombie ha $1/3$ di probabilità di infettare una persona, $1/3$ di probabilità di infettarne due e $1/3$ di probabilità di non infettarne nessuna. Gli zombie non si infettano tra di loro; c'è un periodo di incubazione. Al momento non abbiamo casi, ma sappiamo per certo che c'è uno zombie. Qual è la probabilità che l'infezione si auto-estingua dopo che al più due umani sono stati infettati? Quali sono le probabilità che l'epidemia svanisca da sola?

Avevamo già pubblicato le soluzioni di **Valter**, **Galluto**, **Luigi** e **GaS** in RM312. Ci è arrivata una bella soluzione di **Alessandro**, che non possiamo ignorare.

Probabilmente la maggioranza dei lettori aspetta l'uscita di RM per risolverne i problemi prima della pubblicazione delle soluzioni nel numero seguente, o per contribuire alle pagine delle soluzioni. Una trascurabile minoranza di cui faccio parte l'aspetta per cominciare un viaggio senza una meta precisa che può anche durare qualche mese. Se qualcuno di voi è un lettore del genere fantasy, è appena stato pubblicato un libro di Brandon Sanderson in cui una delle citazioni ricorrenti è “journey before destination”.

È stato il caso anche per “Don't panic” in RM311, e da quando è uscito il numero di febbraio mi domandavo se fosse o meno il caso di organizzare una “serata diapositive” per tormentare i destinatari della missiva con le foto del viaggio. Alla fine ha prevalso la componente sadica.

In sé il problema non ha richiesto molto tempo: scrivo una sequenza di polinomi $f_n(z)$ definita da

$$\begin{aligned} f_0(z) &= z \\ f_1(z) &= \frac{1}{3}(z^2 + z^1 + z^0) \\ f_n(z) &= \sum_{k=0}^{\infty} a_{k,n} z^k = f_{n-1}(f_1(z)) = f_1(f_{n-1}(z)) \end{aligned}$$

$f_n(z)$ è la funzione generatrice della distribuzione di probabilità dopo n periodi di incubazione. In altri termini, il coefficiente $a_{k,n}$ definisce la probabilità che ci siano esattamente k zombies dopo n periodi, e quello che resta da fare è trovare, se esiste,

¹⁴ Si definisce *diametro* di un poligono la massima distanza tra due punti qualsiasi appartenenti al poligono.

il limite di $a_{0,n}$ per $n \rightarrow \infty$. E il passaggio al limite della terza equazione implica $\lim_{n \rightarrow \infty} a_{0,n} = 1$, e $\lim_{n \rightarrow \infty} a_{k,n} = 0$ per $k > 0$.

Senonché, succede che invece di passare ad altro il sottoscritto cominci a voler andare più a fondo. Per esempio, visto che i coefficienti delle $f_n(z)$ sono delle distribuzioni di probabilità, risulta $\sum_{k=0}^{\infty} a_{n,k} = 1$ per ogni n . Cosa si può dire dei valori attesi $E[Z_n] = \sum_{k=0}^{\infty} k a_{n,k}$?

Le funzioni $f_1(z)^k$ sono simmetriche rispetto a k , che è quindi il loro valore atteso. Da questo si trova che $E[Z_n] = E[Z_{n-1}]$, e finalmente $E[Z_n] = E[Z_0] = 1$. Ma riusciamo anche a trovare un valore atteso per n ?

Bisogna cominciare con lo sviluppare il trinomio $(z^2 + z^1 + z^0)^k$, ma per questo (a parte la sequenza OEIS 027907 menzionata da Galluto) si possono usare i coefficienti $C_{s,k,3}$, che avevo presentato nella soluzione della serie dei numeri trentenni pubblicata in RM301:

$$(z^2 + z^1 + z^0)^k = \left(\frac{1-z^3}{1-z}\right)^k = \sum_{s=0}^{\infty} z^s \cdot C_{s,k,3} = \sum_{s=0}^{\infty} z^s \sum_{j=0}^{\lfloor s/3 \rfloor} (-1)^j \binom{k}{j} \binom{k-1+(s-3j)}{s-3j}$$

E siccome

$$f_{n+1}(t) = \sum_{k=0}^{\infty} a_{k,n} \frac{1}{3^k} (t^2 + t^1 + t^0)^k$$

la formula ricorsiva per i coefficienti diventa:

$$a_{s,n+1} = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{3^k} a_{k,n} \cdot C_{s,k,3}$$

Con qualche linea di Python (che non includo) si può dare un'occhiata a come sono fatti i termini $C_{s,k,3}$, per s fissato, e si può verificare che sono dei polinomi di grado s in k che si annullano per ogni k per cui $s > 2k$. Che d'altra parte è esattamente quello che ci si aspetta, visto che i coefficienti $a_{k,n}$ sono nulli per $k > 2^n$.

Siamo quasi arrivati alla fine. La formula per il primo coefficiente è

$$a_{0,n+1} = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{3^k} a_{k,n}$$

e dalla sommatoria si può estrarre in maniera ricorsiva il coefficiente $k = 0$ e invertire l'ordine delle sommatorie risultanti per ottenere.

$$a_{0,n+1} = \frac{1}{3} + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{3^k} \sum_{j=1}^n a_{k,j}$$

e finalmente

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_{0,n} = \frac{1}{3} + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{3^k} \sum_{j=1}^{\infty} a_{k,j} = 1$$

Quindi abbiamo ottenuto una serie pseudo-geometrica in cui gli infiniti coefficienti sono delle serie assolutamente convergenti. Gli sforzi per determinare i limiti di almeno una serie sono stati infruttuosi. Ho potuto solo scartare numericamente la possibilità che fosse una banale serie geometrica con ogni limite uguale a $4/3$.

Anche per quanto riguarda il valore atteso di n , che avrei voluto determinare dall'integrale della "funzione di sopravvivenza" https://it.wikipedia.org/wiki/Funzione_di_ripartizione#Funzione_di_sopravvivenza

$$E[N] = \sum_{n=0}^{\infty} (1 - a_{0,n})$$

non sono riuscito a ricavare niente di utile se non la netta sensazione che la coda della distribuzione non sia integrabile e quindi che il risultato non sia finito. Il viaggio senza meta potrebbe concludersi a questo punto, se non fosse per GaS che su RM312 ha presentato la formula ricorsiva

$$P(0) = 1/3$$

$$P(n) = 1/3 \cdot \left[P(n-1) + \sum_{i=0}^{n-2} P(i) \cdot P(n-2-i) \right]$$

E chi sono io per non ravanarci un po'? Cominciamo a definire $F(n)$ la funzione di ripartizione di

$$F(n) = \sum_{k=0}^n P(k) = P(0) + \sum_{k=1}^n \frac{1}{3} \left(P(k-1) + \sum_{j=2}^k P(j-2)P(k-j) \right)$$

$$= \frac{1}{3} \left(1 + \sum_{k=0}^{n-1} P(k) + \sum_{k=1}^n \sum_{j=2}^k P(j-2)P(k-j) \right)$$

Se non ho fatto casino scambiando gli indici di sommatoria, si può continuare così:

$$F(n) = \frac{1}{3} \left(1 + F(n-1) + \sum_{j=2}^n P(j-2) \sum_{k=j}^n P(k-j) \right)$$

$$= \frac{1}{3} \left(1 + F(n-1) + \sum_{j=2}^n P(j-2) \sum_{k=0}^{n-j} P(k) \right)$$

$$= \frac{1}{3} \left(1 + F(n-1) + \sum_{j=2}^n P(j-2)F(n-j) \right)$$

E qui si può osservare che nella somma di prodotti, sia i fattori $P(r)$ che gli $F(s)$ decrescono da 1 verso 0, e che scegliendo la precisione voluta posso limitare la sommatoria ad un numero costante di termini. Falsa pista: la complessità del conto si riduce a $O(n)$, ma la distribuzione scende così lentamente che servono 5000 termini per ottenere una precisione dell'1%!

Come ultima risorsa ho tenuto l'analisi del comportamento asintotico della funzione di sopravvivenza $S(n) = 1 - F(n)$. Ho i valori di $S(n)$ fino a 2^{17} con 15 cifre decimali – di cui scarto le 5 meno significative – e ne calcolo il logaritmo in base 2. In ascissa metto i logaritmi in base 2 di n .

n	$X = \log_2 n$	$F(n)$	$S(n)$	$Y = \log_2 S(n)$
1024	10	0.9694939790	0.03050602098	-5.034762173
2048	11	0.9784178094	0.02158219053	-5.534014888
4096	12	0.9847351306	0.01526486933	-6.033640949
8192	13	0.9892047078	0.01079529211	-6.533453906
16384	14	0.9923660807	0.00763391920	-7.033360366
32768	15	0.9946018289	0.00539817105	-7.533313592
65536	16	0.9961828547	0.00381714523	-8.033290203
131072	17	0.9973008488	0.00269915116	-8.533278509

Non c'è neanche bisogno di fare un grafico: si nota subito che i valori della quarta colonna si dimezzano ogni due righe, mostrando che l'andamento asintotico è $S(n) \approx Kn^{-1/2}$.

Faccio una piccola verifica interpolando i punti X, Y delle prime 3 righe della tabella, ottenendo $m = -0.499439$ e $q = -0.040306$, da cui $K = 24 = 0.97244$. Nella seconda colonna della tabella che segue ci sono i valori calcolati per alcuni valori di n usando i parametri trovati.

n	$Kn^{-\frac{1}{2}}$	$S(n)$	Errore
10000	0.0097244	0.0097710	4.7e-3
32768	0.0053720	0.0053981	4.8e-3
65536	0.0037986	0.0038171	4.8e-3
100000	0.0030751	0.0030901	4.8e-3
131072	0.0026860	0.0026991	4.8e-3

Il valore calcolato da GaS per $F(100000)$ è $0.9969 +$, quello interpolato considerando solo tre punti tra i primi 4096 valori di n è: $1 - 0.0030751 = 0.9969248$.

Non c'è bisogno di ulteriori interpolazioni: per calcolare $S(2^{33})$ (i famosi 8 miliardi) posso dividere direttamente $S(2^{17})$ per $2^{\frac{33-17}{2}}$, o posso anche usare la formula $\frac{K}{\sqrt{2^{33}}}$, dove come K – al posto del valore ricavato dall'interpolazione – uso $K=100 \cdot S(10000)$, visto che ce l'ho. In entrambi i casi ottengo $S(2^{33}) = (1.054 +) \cdot 10^{-5}$, e finalmente una piccola soddisfazione.

Questa era la penultima diapositiva, e immagino già i vostri sbadigli se siete arrivati fino a qui.

L'ultima slide si riferisce sempre a RM311 ed è una ammissione che non perdo tempo solamente attorno ai problemi. Ma non sto a farla lunga: vi invito a dare una scorsa all'articolo "Misunderstanding Flight Part 1: A Century of Flight and Lift Education Literature" (<https://www.mdpi.com/2227-7102/13/8/762>), in particolare i riferimenti alla fonte bibliografica 72. E magari al filmato su YouTube "Doug McLean | Common Misconceptions in Aerodynamics" tra i minuti 14:10 e 21:20 (<https://youtu.be/QKCK4lJLQHU?si=Rgs6Wg2sEj4NCZur>).

Come vedete il lavoro di **Alessandro** è molto interessante, malgrado il suo parallelo con le diapositive delle vacanze. Ma noi abbiamo fatto tardi per impaginarlo, e quindi passiamo oltre molto velocemente. Ci scusiamo poi con **Luigi**, che ha mandato le sue soluzioni per RM312 lo stesso giorno in cui RM veniva impaginato nella sua forma finale. Non le aggiungiamo qui perché analoghe a quelle pubblicate il mese scorso.

4.2 [313]

4.2.1 Un giro in macchina

Da parecchio tempo non vediamo problemi di logica... Eccone uno con un po' di logistica:

Sulla rotonda ci sono, al momento, cinque macchine, che stanno continuando a girare in tondo, alla ricerca dell'uscita giusta. Anna, Bruno, Carlo, Dario e Ebe sono in conferenza tra di loro e con Rudy, seduto a guardar girare le auto. Le cinque auto hanno le targhe (parte numerica) 1, 2, 3, 4 e 5, ma non necessariamente in quest'ordine; ognuno di loro vede la targa dell'auto davanti e di quella dietro, sa che le targhe sono 1, ..., 5, ma non vede (e non ricorda) la propria. Tra i cinque sventurati e Rudy si svolge questa conversazione:

Rudy: "La vostra targa è un quadrato perfetto?"

Tutti: "Non lo so"

Rudy: "La vostra targa è un quadrato perfetto?"

Tutti tranne Ebe: "Non lo so". Ebe: "Uh... No"

Rudy: "La vostra targa è maggiore di quella dietro di voi?"

Dario: “Non lo so!”. A questo punto, Bruno e Ebe dicono “No!”. E subito dopo Anna e Carlo dicono “Sì!”.

Chi guida cosa?

Già, la logistica del girotondo, che non è granché come movimento. Vediamo subito la soluzione di **Valter**:

Domanda: “La vostra targa è un quadrato perfetto?”

Risposta: tutti rispondono “Non lo so”.

Conclusione: le targhe 1 e 4 devono essere assegnate a due auto consecutive (ciò per evitare che un guidatore risponda “no” con certezza).

Assegnazioni possibili rimaste: (vi sono $5 \cdot 2 \cdot 6$ combinazioni totali con targhe 1 e 4 consecutive):

A=1, B=4, C=5, D=3, E=2

A=1, B=4, C=5, D=2, E=3

A=1, B=4, C=3, D=5, E=2

A=1, B=4, C=3, D=2, E=5

A=1, B=4, C=2, D=5, E=3

A=1, B=4, C=2, D=3, E=5

A=4, B=1, C=5, D=3, E=2

A=4, B=1, C=5, D=2, E=3

A=4, B=1, C=3, D=5, E=2

A=4, B=1, C=3, D=2, E=5

A=4, B=1, C=2, D=5, E=3

A=4, B=1, C=2, D=3, E=5

...e così via per le restanti 4 coppie consecutive di auto con targa 1/4 o 4/1.

Domanda: “La vostra targa è un quadrato perfetto?”

Risposta: A, B, C, D rispondono “Non lo so”; e, quindi, E risponde “No”.

Conclusione: assegnazioni in cui B e C non hanno targhe 1/4 sono eliminate (altrimenti non sarebbe stato E a rispondere “No” alla domanda).

Assegnazioni possibili rimaste:

A=5, B=1, C=4, D=3, E=2

A=5, B=1, C=4, D=2, E=3

A=3, B=1, C=4, D=5, E=2

A=3, B=1, C=4, D=2, E=5

A=2, B=1, C=4, D=5, E=3

A=2, B=1, C=4, D=3, E=5

A=5, B=4, C=1, D=3, E=2

A=5, B=4, C=1, D=2, E=3

A=3, B=4, C=1, D=5, E=2

A=3, B=4, C=1, D=2, E=5

A=2, B=4, C=1, D=5, E=3

A=2, B=4, C=1, D=3, E=5

Domanda: “La vostra targa è maggiore di quella dietro di voi?”

Risposta: D risponde “Non lo so”.

Conclusione: le assegnazioni in cui C ha targa 1 sono da eliminare (1 è il numero minimo quindi D avrebbe risposto “Sì”).

Assegnazioni possibili rimaste:

A=5, B=1, C=4, D=3, E=2

A=5, B=1, C=4, D=2, E=3

A=3, B=1, C=4, D=5, E=2

A=3, B=1, C=4, D=2, E=5

A=2, B=1, C=4, D=5, E=3

A=2, B=1, C=4, D=3, E=5

Risposta: B ed E rispondono “No”.

Conclusione: le assegnazioni:

X A=5, B=1, C=4, D=3, E=2 (E avrebbe risposto: “Non lo so”)

X A=3, B=1, C=4, D=5, E=2 (E avrebbe risposto: “Sì”)

X A=2, B=1, C=4, D=5, E=3 (E avrebbe risposto: “Sì”)

X A=2, B=1, C=4, D=3, E=5 (E avrebbe risposto: “Non lo so”)

sono da eliminare.

Assegnazioni possibili rimaste:

A=5, B=1, C=4, D=2, E=3

A=3, B=1, C=4, D=2, E=5

Risposta: A e C rispondono “Sì”.

Conclusione: l’assegnazione:

X A=5, B=1, C=4, D=2, E=3 (A avrebbe risposto: “No”)

è da eliminare.

Resta unica assegnazione valida auto=targa: A=3, B=1, C=4, D=2, E=5.

Avete seguito il processo di eliminazione? Vediamo come lo ha risolto **Luigi**:

Consideriamo le 5 auto con in testa A e a seguire B, C, D, E (che è seguita da A).

Dopo il primo giro di domande si capisce che nessuno dei 5 vede entrambe i quadrati perfetti (1 e 4) quindi le targhe 1 e 4 appartengono a 2 auto che sono adiacenti.

Nel secondo giro di domande Ebe dice di essere sicura di NON avere la targa 1 o 4. Questa affermazione è possibile solo se Ebe vede due targhe che NON sono 1 e 4. Quindi a questo punto tutti sanno che le targhe 1 e 4 appartengono alle auto di Bruno e Carlo mentre Dario, Ebe ed Anna hanno sicuramente le targhe 2, 3 e 5.

Alla terza domanda Dario afferma di non essere in grado di rispondere se la sua targa sia maggiore di quella di Ebe. Quindi, per quanto detto sopra lui vede un 3 nella targa di Ebe. Se vedesse un 2 o un 5 sarebbe infatti sicuro di avere o non avere una targa maggiore. Bruno che risponde No vede dietro di sé un 4 nella targa di Carlo e la sua targa automaticamente viene identificata con un 1. Anche Ebe risponde di No quindi evidentemente vede dietro di sé un 5 nella targa di Anna e automaticamente la targa di Dario viene identificata con il 2.

Le risposte di Anna e Carlo (che rispondono entrambe Sì) confermano quanto già conosciuto:

Anna (targa 5) ha la targa maggiore di Bruno (targa 1) e Carlo (targa 4) ha la targa maggiore di Dario (targa 2).

Riassumendo: Anna targa 5, Bruno targa 1, Carlo targa 4, Dario targa 2 ed Ebe targa 3.

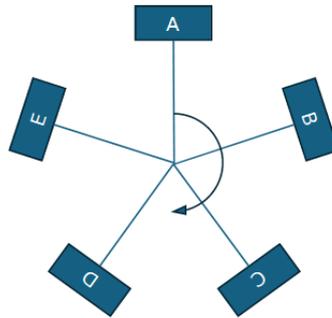
Non lo stesso ordine di **Valter**, ma quasi. Una soluzione bellissima è questa di **Andrea**, che in realtà era in formato presentazione e conteneva due varianti. Noi ne abbiamo copincollata una sola, perché ci siamo fidati delle sue parole:

(...) ho dato un’occhiata al primo quesito, perché sembrava semplicissimo e pensavo di cavarmela in pochi minuti; invece qualche grattacapo me l’ha dato. Comunque è stato spassoso. Condivido la soluzione (immagino ne riceverete molte perché in effetti

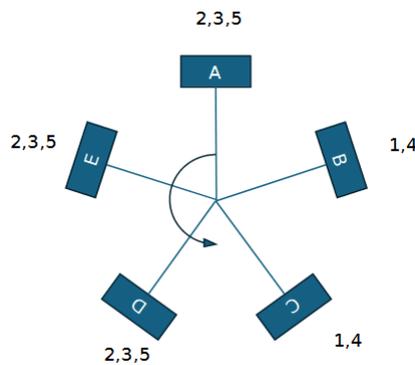
è abbastanza abbordabile, ma non così mirabilmente illustrate). Piccola nota: nel primo ragionamento (presentation1a) avevo invertito l'ordine delle auto (EDCBA anziché ABCDE). Vi farà piacere sapere che il quesito è risolvibile lo stesso.

Comunque se volete la 1b potete chiedere, qui la 1a:

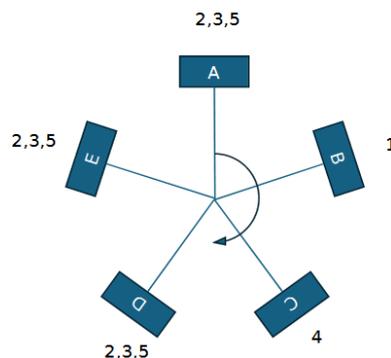
Configurazione iniziale, auto che viaggiano nell'ordine EDCBA



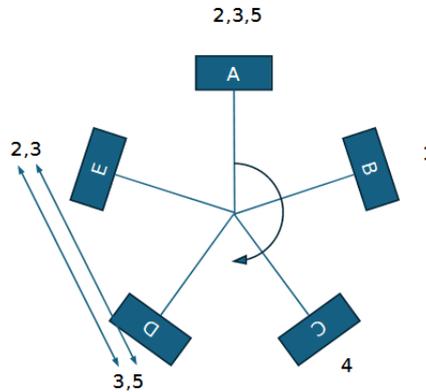
Il primo scambio (“La vostra targa è un quadrato perfetto?” “Non lo so”) implica che nessuno vede contemporaneamente le targhe 1 e 4, perché in tal caso sarebbe sicuro di non avere un quadrato perfetto per targa. Questo significa che le due targhe 1 e 4 sono contigue (non c'è una vettura in mezzo). Noto questo, l'unico che è certo di non avere la targa 1 o 4 è chi non vede davanti o dietro nessuna delle due, perché vuol dire che si trova nella posizione opposta a dove si trovano 1 e 4. Ebe capisce di essere in questa condizione, e questo porta tutti a conoscenza che le auto si trovano nella seguente configurazione:



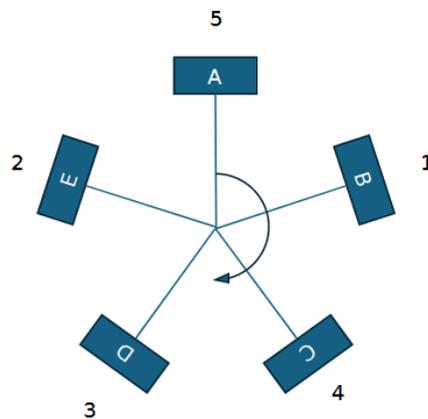
Con lo scambio successivo (“La vostra targa è maggiore di quella dietro di voi?” Dario: “Non lo so!”) si capisce che Dario vede 4 e non 1 (altrimenti avrebbe risposto tranquillamente di sì, visto che ogni altra targa è maggiore di 1). La configurazione ora nota a tutti (e non solo a Bruno e Carlo, che possono capire quale targa hanno per esclusione indipendentemente da quanto detto da Dario semplicemente guardando davanti/dietro di sé) è dunque la seguente:



A questo punto, Bruno non può che rispondere negativamente (visto che ha la targa 1). Anche Ebe conosce la sua targa, perché può solo essere 2,3 o 5 e conosce quella che precede e quella che segue. Considerato che Ebe afferma che la sua targa è minore di quella dell'auto che segue, ci sono due coppie possibili per E e D: 2 e 3, e 3 e 5.



La coppia giusta è 2 e 3 perché Anna chiarisce che la sua targa è maggiore di quella di quella dell'auto subito dietro (per Carlo è ovvio, perché sa di avere la targa 4), quindi non può che avere la targa 5 (la targa 3 è di Dario o di Ebe). Se Anna vedesse la targa 3, vorrebbe dire che ha la 2 (e quindi dovrebbe rispondere negativamente). Evidentemente quindi vede che Ebe ha la targa 2.



Ci fermiamo qui per il momento e passiamo al secondo problema.

4.2.2 Una mela al giorno...

La logica la fa da padrone nel nostro numero di febbraio:

Voi tre siete chiusi in tre depositi di mele, uno per ogni deposito. Il guardiano (che dice sempre il vero) vi comunica che ci sono da una a nove mele per ogni deposito, e in ognuno di questi c'è un numero diverso di mele; il guardiano risponderà a una domanda da parte di ciascuno di voi, con gli altri che sentono perfettamente sia la domanda che la risposta; se dopo le tre domande uno di voi saprà dire il numero totale delle mele, potrete andarvene. Appurato che nel vostro deposito ci sono cinque mele, sentite i vostri compari che fanno le seguenti domande (in ordine):

“Il totale delle mele è un numero pari?” Risposta: “No”.

“Il totale delle mele è un numero primo?” Risposta: “No”.

Adesso tocca a voi: che domanda fate?

Cominciamo subito con **Valter**:

Dopo la risposta ottenuta alla due domande fatte ai miei due compari so che:

- il numero totale di mele può essere solo 9, 15 o 21.

Dato che nel mio deposito ci sono 5 mele:

- 9 mele si ottengono solo come somma di 1+3+5 mele nei tre depositi
- 21 mele si ottengono solo come somma di 5+7+9 mele nei tre depositi
- 15 mele si ottengono sommando 5 alle coppie di numeri con somma 10
- tali coppie comprendono i restanti numeri da 1 a 9: 1-9 2-8 3-7 4-6.

La mia domanda potrebbe, quindi, essere così formulata: “il totale delle mele è 15?”

- se il guardiano risponde “sì”, abbiamo risolto tutti, immediatamente, il problema
- se il guardiano risponde “no”:

-- tutti e tre ora sappiamo che il numero totale di mele può essere soltanto 9 o 21

-- uno dei miei compari, sapendo il numero mele nel suo deposito, conosce il totale

-- infatti chi ha 1 mela nel proprio deposito sa che è 9, chi ha 7 mele sa che è 21 (con 1 mela in deposito il totale non può arrivare a 21, con 7 non può essere 9).

Come dal primo problema, questa è seguita a ruota da quella di **Luigi**:

Dalle prime 2 domande sappiamo che il totale delle mele non è pari e non è un numero primo. Inoltre avendo io 5 mele ed essendo il numero di mele di ognuno diverso e compreso tra 1 e 9, rimangono le seguenti combinazioni:

$$5-1-3 = 9$$

$$5-1-9 = 15$$

$$5-2-8 = 15$$

$$5-3-7 = 15$$

$$5-4-6 = 15$$

$$5-7-9 = 21$$

Tutte le altre combinazioni portano ad una somma o pari o uguale ad un numero primo.

Per discriminare tra queste sei combinazioni si potrebbe chiedere al custode il prodotto delle tre quantità. Per ogni combinazione infatti avremo un risultato diverso:

$$5*1*3 = 15$$

$$5*1*9 = 45$$

$$5*2*8 = 80$$

$$5*3*7 = 105$$

$$5*4*6 = 120$$

$$5*7*9 = 315$$

La strategia ci sembra chiara, ed infatti anche **Alberto R.** opta per una soluzione analoga:

Il totale delle mele è compreso tra $5+1+1=7$ e $5+9+9=23$. In questo insieme sono dispari non primi solo il 9, il 15 e il 21. Alla mia domanda “le mele sono più o meno di 15?” la risposta “di meno” o “di più” o “né l’uno né l’altro” risolve il problema.

La domanda da porre è leggermente diversa a seconda del ragionamento fatto per arrivarci, per esempio ecco che cosa ci scrive **Heaviside**:

È un multiplo di 5?

A sensazione, questa è la domanda da porre.

Il mio ragionamento è stato questo:

Poiché in ognuno dei contenitori ci sono da 1 a 9 mele, il totale è compreso tra 3 e 27.

Poiché in ogni contenitore c’è un numero diverso, le possibilità si restringono tra 6 (1+2+3) e 24 (7+8+9).

Poiché non è un numero pari (Domanda 1), le possibilità si restringono a 7-9-11-13-15-17-19-21-23.

Poiché non è un numero primo (Domanda 2), le possibilità si riducono a 9-15-21.

Con la Domanda 3 (è un multiplo di 5?), si aprono due scenari:

- se la risposta è sì i tre prigionieri all'unisono risponderanno 15,
- se la risposta è no i tre prigionieri sanno di ricadere in uno dei due casi (9 o 21).

Nel caso di 9 mele, poiché il terzo prigioniero ha 5 mele nel suo deposito, negli altri depositi ci saranno necessariamente 1 e 3 mele (non potendo aversi 2-2 o 0-4).

Nel caso di 21 mele, poiché il terzo prigioniero ha 5 mele nel suo deposito, negli altri depositi ci saranno necessariamente 9 e 7 mele (non potendo aversi più di 9 mele).

Pertanto, chi ha 1 o 3 mele (anche senza sapere quante mele ci sono negli altri due depositi) sa di non poter arrivare a 21 e risponde "9" (questa volta è un coro a due sole voci).

Analogamente, chi ha 7 o 9 mele (anche senza sapere quante mele ci sono negli altri due depositi) sa che il totale è necessariamente maggiore e risponde "21" (anche questa volta è un duetto).

Siamo arrivati al fondo. Alla prossima!

5. Quick & Dirty

Il candidato indichi la risposta corretta alla domanda inespressa:

1. Tutte le seguenti
2. Nessuna delle seguenti
3. Alcune delle seguenti
4. Tutte le precedenti
5. Nessuna delle precedenti.

Se (4) è vera, allora (2) è vera e quindi (4) è falsa.

Se (4) è falsa, (1) è falsa.

Se (3) è vera, allora (5) è vera, visto che sappiamo che (4) non è vera. E quindi (3) è falsa.

Se (3) è falsa, allora tutte le seguenti, inclusa (5), sono false.

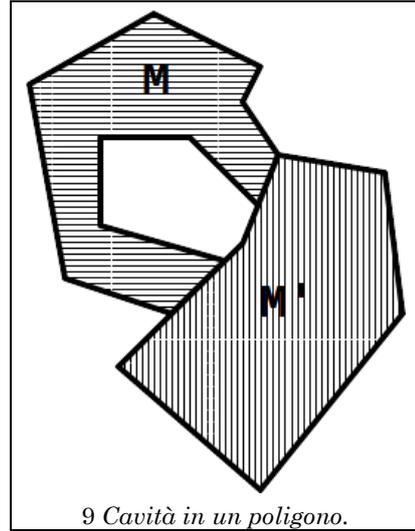
Quindi (2) è vera.

Si verifica facilmente che tutte queste affermazioni sono reciprocamente consistenti, quindi (2) è vera.

6. Pagina 46

Nella divisione del quadrato in poligoni, possiamo avere delle *cavità* tra poligoni adiacenti: la cavità tra due poligoni M e M' della decomposizione D potrà, in seguito, essere riempita da altri poligoni (si veda la figura a fianco). In questo caso il contorno tra M e M' sarà composto da pezzi separati tra di loro. Questo è un inconveniente, e procederemo quindi alla costruzione di una nuova decomposizione del quadrato nella quale questo non avviene.

Per fare questo, aggiungiamo a M tutte le cavità presenti tra lui e i suoi vicini, ottenendo un poligono M_1 più grande; successivamente eseguiamo la stessa operazione tra i vicini di M_1 , e avanti in questo modo. La nostra nuova decomposizione \bar{D} è tale che il confine tra due pezzi è o un punto singolo o una poligonale. Se un poligono della nuova decomposizione ha almeno sei poligoni limitrofi, questo doveva essere vero anche per la decomposizione precedente, in quanto la nostra costruzione può al più decrementare il numero dei vicini che un poligono ha. Notiamo inoltre che ogni poligono \bar{M} è contenuto in un poligono \tilde{M} ottenuto aggiungendo a M tutti i suoi vicini e tutte le cavità tra di lui e i suoi vicini. Dato che per ipotesi M ha al più diametro $1/30$, allora \tilde{M} avrà al più diametro $3/30=1/10$, e quindi \bar{M} avrà un diametro non maggiore di questo valore.



Consideriamo ora il poligono M_0 della nuova decomposizione che copre il centro O del quadrato (se O giace su un bordo di poligoni, si scelga uno dei poligoni che condividono quel bordo); diciamo che M_0 ha *rango* 1. Definiamo quindi tutti i poligoni adiacenti a M_0 come di *rango* 2, gli altri poligoni adiacenti a un poligono di rango 2 come di rango 3, e avanti in questo modo.

È evidente che il poligono M_0 è contenuto in un cerchio di raggio $1/10$ centrato in O , che i poligoni di rango 1 e 2 sono contenuti tutti in un cerchio di raggio $2/10$ centrato in O e, infine, che i poligoni di rango 1, 2, 3 e 4 sono contenuti tutti in un cerchio di raggio $4/10$ centrato in O ; inoltre, essendo il diametro del cerchio pari a $8/10 < 1$, *nessuno di questi poligoni toccherà il bordo del quadrato*.

La classificazione per rango dei poligoni ha alcune proprietà:

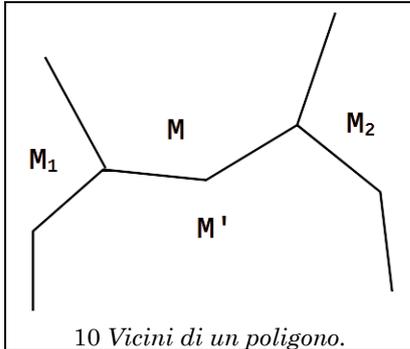
1. Un poligono di rango $n > 1$ ha almeno un vicino di rango $n-1$.
2. Nessun poligono M di rango n ha un vicino di rango minore di $n-1$ (altrimenti a M sarebbe stato assegnato un rango minore di n); in altre parole, due qualsiasi poligoni vicini o hanno rango uguale o il loro rango differisce di 1.
3. Se un poligono di rango n ha meno di due vicini di rango $n-1$, allora non ha vicini di rango $n+1$, in quanto altrimenti parte del suo bordo sarebbe parte del bordo di un poligono di rango $n-1$ mentre un'altra parte apparterebbe al contorno di un poligono $n+1$ (per la proprietà 1): questi due poligoni non possono toccarsi per la proprietà 2, e quindi devono esserci almeno due regioni dove M confina con poligoni di rango n , non essendo possibili altri valori per la proprietà 2. Ma la nostra decomposizione è tale che i vicini possono toccarsi solo attraverso un singolo elemento del contorno, quindi il nostro poligono deve avere almeno due vicini distinti di rango n .

Possiamo ora provare che qualche poligono di \bar{D} ha almeno sei vicini; la dimostrazione è per assurdo.

Supponiamo che ogni poligono di \bar{D} abbia al più cinque vicini. Mostriamo che in tal caso nessun poligono di rango 4 può avere dei vicini di rango 5 o, in altre parole, che non esistono poligoni di rango 5; questo è assurdo, in quanto abbiamo dimostrato che il quadrato non può essere diviso in poligoni di solo rango 4. Sono allora possibili due casi.

In un primo caso, se un poligono M di rango 4 ha al più un vicino di rango 4, allora per la proprietà 3 non ha vicini di rango 5.

Supponiamo allora un poligono M di rango 4 abbia due vicini di rango 4.



Per prima cosa, mostriamo che M ha almeno due vicini di rango 3. Se non li avesse, e se M' fosse l'unico vicino di rango 3, allora M' avrebbe almeno due vicini di rango 4, oltre a M ; siano questi i poligoni M_1 e M_2 che contornano M al termine del confine con M' (si veda la figura a fianco).

M_1 e M_2 non possono essere di rango 3, visto che per ipotesi M non ha vicini di rango 3 a parte M' ; e non può essere di rango 5 per la proprietà 2. Inoltre, M' ha almeno due vicini di rango 3 (per la proprietà 3) e almeno un vicino di rango 2 (per la proprietà 1); un

totale di sei vicini, contrariamente a quanto ipotizzato.

Mostriamo ora che M ha *almeno tre* vicini di rango 3. Supponiamo M' sia un qualsiasi vicino di M di rango 3 (sappiamo essercene almeno due): mostreremo che M' non ha vicini di rango 4 a parte M .

Per la proprietà 3, M' ha almeno due vicini di rango 3. inoltre, ha almeno due vicini di rango 2 (questo si dimostra esattamente nello stesso modo con il quale si è dimostrato che M ha almeno due vicini di rango 3). Ed essendo il numero massimo di vicini di M' è, per ipotesi, cinque, M' deve essere l'unico vicino di M' di rango 4. Siano allora M_1' e M_2' i due poligoni che toccano M' al termine del confine condiviso con M : questi devono essere di rango 3 e sono vicini di M : quindi M ha almeno tre vicini di rango 3: M , M_1' e M_2' .

È ora chiaro che M non può avere vicini di rango 5. Altrimenti, per la proprietà 3 avrebbe almeno due vicini di rango 4 (per la proprietà 3) e, come abbiamo visto, tre vicini di rango 3: questo fa un totale di sei vicini, contrariamente all'ipotesi.



7. Paraphernalia Mathematica

Mente scriviamo queste brevi note, il mondo è in fermento per l'uscita di *DeepSeek*; Rudy ha sempre presente l'effetto Winograd¹⁵ e ricorda la battuta di un suo prof relativa al fatto che "L'Intelligenza Artificiale non è un rimedio alla Stupidità Naturale" e quindi, anche se l'IA forse presenterà prima o poi delle utili (per Rudy) applicazioni, la SN per ora è molto più divertente, soprattutto se vi ci scontrate in modo inaspettato. Alla ricerca (via Google Translate) di una buona traduzione di un termine tecnico, è uscita fuori una cosa che non c'entra nulla, ma che ci pare un bellissimo titolo.

7.1 La bussola che crolla

OK, torniamo seri. Il termine tecnico di cui Rudy cercava la traduzione era "*collapsing compass*", ossia lo strumento utilizzato da Euclide per tracciare dei cerchi lungo tutti i libri degli *Elementi*. La sua caratteristica principale, come abbiamo già detto, era quella che, non appena sollevavate lo strumento dal foglio, "questo si chiudeva pizzicandovi il ditone" (autocit.); insomma, non avevate memoria del raggio del cerchio.

Quello che tutti conoscete, infatti, è noto come "compasso fisso", mentre il secondo è, appunto, il compasso collassabile del quale vogliamo parlare; a nostro modesto parere nessuno dei due termini è una meraviglia, quindi nel seguito parleremo di "compasso" (per quello fisso) e di "compasso greco" per quello classico, visto che utilizzare il termine originale¹⁶ è piuttosto scomodo.

Ma come è fatto un compasso greco? Non state a pensare a astrusi meccanismi *Antikythera-like* per garantire la chiusura: nella sua sterminata collezione di strumenti di calcolo, Rudy ha un antico esemplare di compasso greco, che vedete all'opera nella foto qui a fianco¹⁷. Evidentemente, quando togliete il pollice destro (vi ricordate, vero, che Rudy è mancino?), perdetevi qualsiasi informazione sul raggio.



11 Il CGdR (*Compasso Greco di Rudy*).

Se vogliamo filosofare un po', vediamo che questa idea del "non posso tenere il raggio" ha una sua logica: esattamente come non potete "riportare una misura" sulla riga, non potete "riportare una misura" sul cordino del compasso; quindi, i due strumenti da questo punto di vista si comportano nello stesso modo: per tracciare un segmento dovete avere due punti attraverso i quali farlo passare, per tracciare un cerchio dovete avere il centro e un punto sulla circonferenza (o trovarli... Ma non compliciamoci la vita – per ora).

Appunto, cominciamo da un caso semplice. In gioventù, dovrebbero avervi spiegato come si biseca un segmento AB: si apre il compasso con un raggio maggiore della metà del segmento AB, si traccia l'arco con centro in A e poi, con lo stesso raggio, si traccia l'arco con centro in B: la retta passante per i punti di intersezione dei due archi biseca il segmento (ed è anche perpendicolare, casomai servisse). Fatto. Ma Euclide non lo poteva fare, visto che quando alzava il dito da A per metterlo in B perdeva il raggio.

Non dovrete avere problemi a risolvere il problema come l'ha risolto Euclide: il segmento AB è sicuramente maggiore della metà di sé stesso e, prendendo per il primo arco un raggio pari ad AB (puntato in A) e per il secondo un raggio pari a BA (puntato in B), visto che $AB=BA$, avete i due raggi uguali anche con un compasso smemorato e, per soprammercato,

¹⁵ Terry Winograd (24 febbraio 1946 – vivente. Auguri in ritardo!) che pensava di poter realizzare un sistema di intelligenza artificiale lavorando sull'interpretazione del contesto linguistico, faceva tradurre a un elaboratore (siamo negli anni Sessanta) una frase idiomatica dall'inglese al russo e poi la faceva ritradurre in inglese. È rimasto famoso l'esperimento seguente:

INPUT: "Lo spirito è forte, ma la carne è debole".

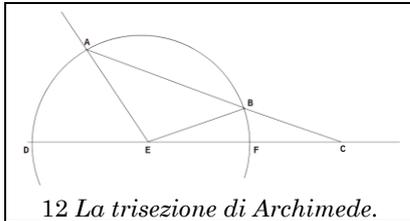
OUTPUT: "La vodka è buona, ma la bistecca è marcia".

¹⁶ Διαβήτης [*"Doc" Silverbrahms, comunicazione personale*]. Sì, c'è una relazione.

¹⁷ Il cordino viene da un acquisto fatto in Grecia più di quindici anni fa, quindi è greco e antico.

potete anche costruire il triangolo equilatero di lato AB. Anche se può sembrare che da qualche parte ci sia un trucco, il metodo è perfettamente legale.

Una cosa innocua come un “compasso moderno”, in grado di ricordare il raggio, ha una potenza notevole, appunto per il fatto che “vi ricordate una distanza”: Archimede, ben conscio di barare, con un compasso del genere è riuscito addirittura a trisecare un angolo.



12 La trisezione di Archimede.

Infatti, considerate l'angolo AED in figura come l'angolo da trisecare; tracciate un arco di cerchio centrato in E e tenete il compasso alla stessa apertura; tenendo il righello fisso in A, spostatelo sin quando interseca l'arco di cerchio nel punto B tale che $BC=BE$ (potete verificarlo con il compasso tenuto aperto al corretto valore); l'angolo BEC vale un terzo dell'angolo originale AED¹⁸. Il “trucco”, qui, è che a priori non

sapete dove si trovino i punti B e C, e dovete procedere a spostare la riga (e il compasso) sin quando $BC=EF$.

Viviamo, purtroppo, in tempi barbari: quando eravamo più giovani, nessun gentiluomo o gentildonna si sarebbe sognato di uscire di casa senza avere con sé un comodo trisetto¹⁹.

Lascia però sempre perplessi, almeno in virtù di quanto appena detto, il fatto che sia possibile “spostare” un segmento in modo tale che un estremo sia in un generico punto dato: il trucco nella costruzione di Archimede, come abbiamo visto, era appunto che il punto non era dato: a priori non conoscevate né B né C.

Euclide, comunque, spazza via qualsiasi dubbio trasformando (quasi: il trucco di Pitagora continua a non funzionare) il più presto possibile il compasso greco in un compasso moderno: infatti, la seconda proposizione (del primo libro) recita:

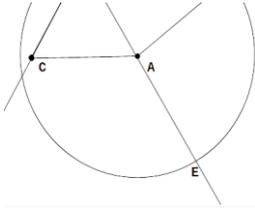
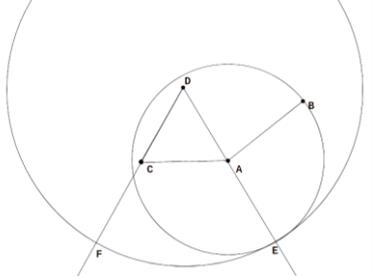
Dato un segmento AB e un punto C, è possibile costruire il segmento CC' tale che $CC'=AB$.

Forse è meglio se usiamo lo stesso metodo utilizzato tempo fa per l'origami, per spiegarci...

Questa è la situazione iniziale:	
Costruite il segmento AC e (con il metodo della bisezione del segmento) il triangolo equilatero ACD	
Costruite le estensioni del segmento da D ad A e del segmento da D a C	

¹⁸ Una trattazione dei metodi per trisecare l'angolo (approssimativi, con riga e compasso, o esatti, con altri strumenti) si trova in GARDNER, Martin – Carnevale Matematico (Zanichelli, 1978) al capitolo 19, intitolato giustappunto “come trisecare un angolo” (ed. orig: *Mathematical Carnival*, Simon & Schuster, 1965 – cap. 19 – *How to Trisect an Angle*).

¹⁹ In un orologio analogico, se la lancetta dei minuti spazza un angolo pari a quattro volte l'angolo da trisecare, la lancetta delle ore percorre un angolo che è un terzo dell'angolo originale. Lasciamo a voi la gioia di scoprire perché funziona (e di trovare altri interessanti qualchesettori sull'orologio).

<p>Costruite il cerchio centrato in A con raggio AB; sia E l'intersezione tra la circonferenza appena tracciata e il prolungamento di DA.</p>	
<p>Costruite il cerchio centrato in D di raggio DE e sia F la sua intersezione con il prolungamento di DC.</p>	

Dato che il triangolo DAC è equilatero, deve essere $DC=DA$; $AE=AB$, in quanto raggi dello stesso cerchio, e per lo stesso motivo $DF=DE$. Quindi

$$CF=DF-DC=DE-DC=DE-DA=AE=AB$$

E il nostro segmento è spostato: faticoso, ma ne valeva la pena.

Rudy d'Alembert
Alice Riddle
Piotr R. Silverbrahms