

## Un'entropia enciclopedica (Le Scienze, marzo 2021)

Si dispongano i numeri dall'uno all'otto in ordine crescente ad esclusione di uno e un solo salto discendente. Quante disposizioni di questo tipo sono possibili?

1. Il numero 8 non occupi l'8ª posizione. Si hanno  $\binom{7}{1} + \binom{7}{2} + \binom{7}{3} + \dots + \binom{7}{7} = 127$  possibilità complessive. Infatti:
  - Se occupa la 7ª posizione, l'8ª sarà occupata da uno dei numeri da 1 a 7, mentre gli altri numeri occuperanno in ordine crescente le prime 6 posizioni. In totale:  $\binom{7}{1} = 7$  possibilità.
  - Se occupa la 6ª posizione, la 7ª e l'8ª saranno occupate in ordine crescente da una coppia dei numeri da 1 a 7, mentre gli altri numeri occuperanno in ordine crescente le prime 5 posizioni. In totale:  $\binom{7}{2} = 21$  possibilità.
  - Se occupa la 5ª posizione, le posizioni successive saranno occupate in ordine crescente da una terna dei numeri da 1 a 7, mentre gli altri numeri occuperanno in ordine crescente le prime 4 posizioni. In totale:  $\binom{7}{3} = 35$  possibilità.
  - ... ..
  - Se occupa la 1ª posizione, le altre posizioni saranno occupate in ordine crescente dai numeri da 1 a 7. In totale:  $\binom{7}{7} = 1$  possibilità.
2. Il numero 8 occupi l'8ª posizione. Si hanno 119 possibilità, come segue.
  - Se il 7 non occupa la 7ª, analogamente al caso 1. si avranno  $\binom{6}{1} + \binom{6}{2} + \dots + \binom{6}{6} = 63$  possibilità.
  - Se il 7 occupa la 7ª ma il 6 non occupa la 6ª, analogamente al caso precedente si avranno  $\binom{5}{1} + \binom{5}{2} + \dots + \binom{5}{5} = 31$  possibilità.
  - Se il 7 il 6 occupano le loro rispettive posizioni ma il 5 non occupa la 5ª, analogamente al caso precedente si avranno  $\binom{4}{1} + \binom{4}{2} + \dots + \binom{4}{4} = 15$  possibilità.
  - ... ..
  - Se i numeri dal 7 al 3 occupano le loro rispettive posizioni ma il 2 non occupa la 2ª, analogamente al caso precedente si avranno  $\binom{2}{1} + \binom{2}{2} = 3$  possibilità.
  - Se i numeri dal 7 al 2 occupano le loro rispettive posizioni, 1 possibilità.

In totale sono 247 possibilità, pari alla somma dei numeri del triangolo di Tartaglia nel riquadro.

