Problema Aprile

Alessio Lo Giudice

April 15, 2013

Buongiorno, ecco la mia soluzione:

All'inizio si assegna un numero da 0 a 9 ad ogni logico in modo che tutti abbiano un numero diverso (quindi avremo usato tutte le cifre da 0 a 9). Quindi avremo il signor 0, il signor 1 etc. fino ad arrivare al signor 9. Quando inizia il gioco il signor 0 calcola la somma dei numeri che vede s_0, quindi scrive un numero n_0 tale che l'ultima cifra di $s_0 + n_0$ sia 0. Il signor 1 invece calcola sempre s_1 e scrive n_1 in modo che l'ultima cifra di $s_1 + n_1$ sia 1. Continuando fino ad arrivare al signor 9 che scrive n_9 in modo che l'ultima cifra di $n_9 + s_9$ sia 9. Per dimostare l'esattezza della soluzione conviene metterci modulo 10, ovvero da ora in poi quando scriveremo un numero intenderemo sempre il resto della divisione per 10 per esempio 17=7 e $-7 = 3$. Chiaramente se indichiamo con $x_0, x_1, \dots x_9$ i numeri che realmente posseggono il signor 0, il signor 1, ..., il signor 9 allora risulta $s_0 = x_1 + \cdots + x_9$, $s_1 = x_0 + x_2 + x_3 + \cdots + x_9$ fino ad arrivare a $s_9 = x_0 + \cdots + x_8$. I nostri logici perderanno se avremo

- $x_0 \neq -x_1 - x_2 - \cdots - x_9$
- $x_1 \neq -x_0 - x_2 - \cdots - x_9 + 1$

  $\vdots$
- $x_9 \neq -x_0 - x_1 - \cdots - x_8 + 9$

o equivalentemente:

- $x_0 + x_1 + \cdots + x_9 \neq 0$
- $x_0 + x_1 + \cdots + x_9 \neq 1$
- $x_0 + x_1 + \cdots + x_9 \neq 2$
- $x_0 + x_1 + \cdots + x_9 \neq 3$

  $\vdots$
- $x_0 + x_1 + \cdots + x_9 \neq 9$

Tuttavia il numero $x_0 + x_1 + \cdots + x_9$ modulo 10 deve essere necessariamente uno dei numeri da 0 a 9 o in altri termini l'ultima cifra di un numero deve essere appunto una cifra.

Il problema può chiaramente essere generalizzato ad un qualunque numero di persone k considerando i numeri modulo k.